

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПСИХОЛОГИЯ ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ XIX СТОЛЕТИЯ

(Иоганн Фридрих Герbart)

Н. Д. СКОРОСПЕШКИНА

И. Ф. Герbart — крупнейший немецкий психолог и педагог (1776—1841). Его деятельность связана с известными очагами культуры и прогресса Германии первой половины XIX столетия — Геттингенским и Кенигсбергским университетами. Геттингенскому университету принадлежит первые семь и последние четыре года творческого пути Герbartа; двадцать четыре года (1809—1833) он бессменно заведовал кафедрой философии при Кенигсбергском университете, прославленной до него И. Кантом.

В истории психологии имя Герbartа связывается с его попыткой приложить психологию к педагогике с целью превращения последней в науку об управлении развитием личности ребенка. В этой связи положительное значение имеет его критика бытовавшей в те времена в Германии «психологии способностей», в которой спонтанно данные свойства психики выступали под маской «трансцендентальной апперцепции», «активности души», «свободы воли». Герbart выдвинул задачу исследования законов умственного развития ребенка. В его психологическую

концепцию вошли такие понятия, как «апперцептивная масса», «порог» и др. [17].

Однако это лишь одна сторона деятельности Герbartа. Вторая характеризует Герbartа как математического психолога первой половины XIX столетия. В 1824 году вышла в свет его книга «Psychologie als Wissenschaft neu gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik», а затем книги учеников его школы: М. В. Дробиша „Erste Grundlehren der mathematischen Psychologie» (1850) и Р. Фолькмана «Lehrbuch der Psychologie vom Standpunktes des Realismus und nach genetischer Methode» (1885)¹. Это годы, когда в эмпирической психологии, корнями своими уходящей в эпоху Ф. Бэкона (XVI в.), начал намечаться переход на уровень экспериментальной науки². Герbart и его школа математической психологии завершили этот период. Они предприняли попытку создать количественную теорию психологии на основе данных качественной эмпирической психологии.

Экспериментальной психологии по сравнению с эмпирической потребо-

¹ В русском переводе имеется лишь незначительная часть книги Герbartа. Сокращению подвергнуты в основном психолого-математические разделы.

² Начальный период экспериментальной психологии связывается с именем В. Вундта, который в 1873 году при Лейпцигском университете организовал специальную психологическую лабораторию [14].

вался значительно меньший срок, чтобы в ее недрах назрела возможность математизации теории. В настоящее время мы являемся свидетелями начального периода реализации этой возможности. Экспериментально добытые факты психологии трансформируются в математические модели, пока что несмелые конструкции человеческого ума. Модели опираются на эти факты, отражают их, и в силу логических ограничений обладают возможностью выводить следствия и предсказывать то, что не способно сделать человеческое мышление только умозрительным путем. Намечается и этап гипотетического моделирования. Согласно общим чертам, присущим этому этапу, он призван стронуть психологическую теорию, которая с внешней стороны удалится от исследуемой реальности, но на деле полно и четко объяснит все многообразие исследуемых фактов. Здесь человеческому уму дается право пользоваться образцами и аналогами, заимствованными из таких областей человеческого познания, которые, казалось бы, не имеют никакого отношения к исследуемым явлениям.

Приход математики в психологию естественным образом сопровождается возникновением проблем, которые так или иначе группируются вокруг общей проблемы формализации качественной теории психологии и перехода ее на уровень дедуктивной науки. Чтобы понять содержание этой проблемы в наше время, нужно обратиться к прошлому, и имя Гербарта здесь приобретает новый и особый интерес. Его математическая психология богата идеями этого направления. В заглавии книги наглядно отражены три ее составные части. В первой части Герbart критически, с позиций математической психологии, пересматривает материал качественной эмпирической психологии; в философской части обсуждает общие принципы и методы познания в

психологии; в математической — дает конкретный пример приложения «исчисления бесконечно малых» к исследованию феноменов человеческой души. В этой связи в статье рассматриваются следующие три вопроса:

1. Какие трудности возникают при переводе данных качественной теории на количественный уровень?

2. В чем состоит формализация качественной психологии?

3. Какими преимуществами обладает формализованная теория перед качественной?

Сложность и дискуссионность поставленных вопросов для современного уровня развития психологии дает право автору статьи не претендовать на получение исчерпывающих ответов. В нашу задачу войдет лишь рассмотрение того, как решал их Герbart на заре возникновения математической психологии и как соотносятся эти решения с некоторыми положениями математической психологии второй половины XX столетия. Обсуждение будет выполнено в терминах герbartовой математической психологии, объяснение которым дается по ходу изложения текста. Минимальный словарь современных понятий целесообразно установить предварительно.

Теория определяется как некоторый подкласс элементарных высказываний. Истинность или ложность этих высказываний предполагается известной относительно к самой теории.

Качественная теория — подкласс содержательных высказываний, истинность которых определяется эмпирическим путем.

Формализация — метод математики, прибегающий к средствам символического языка. Язык формулируется так точно и полно, что математические рассуждения представляют собой выводы, выполняемые согласно установленным правилам. Правильность их применения проверяется рассмотрением сим-

волов языка как физических объектов, безотносительно к их содержательному значению.

Формализованная теория содержит ряд нефиксированных элементов, значения которых могут меняться. В психологии «нефиксированный» элемент обозначается термином «пустой», иногда «абстрактный».

Интерпретация формализованной теории — определение элементов формализованной теории содержательным образом из области некоторой качественной теории. Между формализованной содержательной теорией и первоначальной качественной существует фундаментальное различие. Доказательства или иные рассуждения в формализованной теории остаются истинными независимо от их содержательной интерпретации.

Уровни интерпретации — интерпретация называется полной, если каждому элементарному высказыванию теории взаимно—однозначно соответствует некоторое содержательное высказывание; в противном случае интерпретация будет частичной. Интерпретант (содержательное высказывание) может допускать экспериментальную проверку; в большинстве случаев интерпретированные теории не допускают прямой экспериментальной проверки.

Принцип дополнительности лежит в основаниях конструирования понятий теории. Он состоит в присоединении к «финитным» (конечным содержательным) предложениям, «трансфинитных» (идеальных) предложений. Присоединение есть плодотворный прием, пополняющий структуру и упрощающий теорию.

Исчисление бесконечно малых — это математическая теория, которая дает описание системы со связанными переменными.

Полезность теории выражается в возможности делать какие-либо предсказания относительно содержательной области. Приемлемость теории относительна. Она зависит от знаний исследователя. Теория может быть приемлема «на сегодня» и неприемлема для другой области³.

I.

При построении своей теории Герbart придерживался точки зрения, что всякое исследование имеет научную ценность лишь тогда, когда оно достоверно связывается с тем, что «прежде было узно и испытано». Психология способностей, разработанная главным образом Х. Вольфом и И. Кантом, послужила ему конкретным материалом, который был критически пересмотрен и в результате чего возникли исходные понятия и принцип герbartовой математической психологии.

В психологии способностей Герbart усматривал два основных недостатка: 1) неточность и неоднозначность исходных понятий, 2) отсутствие связи между ее выводами. Причина появления этих недостатков была скрыта в методе познания психологии способностей. Чтобы вскрыть ее, Герbart прежде всего различает два вида опыта: внутренний и внешний. Внутренний опыт поставляет материал для психологии, внешний — для естествознания. Насколько различны и связаны между собой эти два круга опыта, настолько различны и связаны между собой соответствующие науки. Различие должно иметь место в принципе образования исходных понятий этих теорий. Внешний опыт основывается на единичных и очевидных вещах и явлениях. Чтобы получить родовые и видовые

³ При составлении словаря использовались источники: Х. Карри «Основания математической логики» [8], С. Клини «Введение в математику» [9].

понятия, здесь прибегают к абстракции как к «преднамеренному методу». В основаниях внутреннего опыта, напротив, не лежит никакого фактического материала, который можно было бы подвергнуть обобщению. «Наши показания,— отмечает Герbart,— внутренне воспринимаем — абстракции прежде, нежели мы узнаем об этом, и они становятся ими все более, чем определеннее мы их желаем выяснить»⁴ [5, 34]. Поэтому единственное, что может дать психологии внутренний опыт — это общие понятия.

Дополнение общих понятий видовыми и единичными признаками здесь должно идти в процессе построения теории психологии. Эту особенность метода познания не учла психология особенностей. Поэтому уже во вторых членах деления ее понятий (как, например, виды памяти; память логическая, память образная и т. д.) появилась неопределенность, и психология из научной теории превратилась в «мифологию».

Второй недостаток психологии способностей объясняется тем, что она отбросила в своем методе общенаучное звено познания, посредством которого связываются указанные выше два круга опыта. Здесь Герbart обращается к эмпирической физике. Он отмечает, что физика, не зная природы своих сил, приходит к известным правилам, с которыми соотносятся исследуемые яв-

ления. Для этого ей достаточно указать на отношения, в которых находится ее силы, и подвергнуть исчислению изменения этих отношений. Так должно поступать и психология, изучающая законы непрерывно меняющейся душевной жизни человека. Однако «... в психологии совсем не обращали внимание на изменяющиеся состояния, тем более, что мы наблюдаем в себе изменения их, а не сами способности» [5, 97].

Рассмотренные недостатки качественной психологии сделали ее материал непригодным для формализации. В этом и состояла основная трудность, с которой встретилась математическая психология XIX столетия. Что в этой связи было предпринято Герbartом?

Во-первых, он исходил из понимания, что в основе количественной теории психологии должен лежать некоторый однозначный процесс, отражающий суть всего многообразия исследуемых явлений. Этот процесс следует искать в особо продуманном опыте, а в теории психологии ему должен быть подобран соответствующий термин. Так в герbartову математическую психологию вошло «представление». Объем этого понятия раскрывается в следующем. Произведение «материи» внутреннего опыта является делом внешних чувств: осязания, вкуса, обоняния, слуха, зрения. Эти различные классы ощущений порождают различ-

⁴ Это положение требует дополнительного пояснения. Герbart указывал на три способа — наблюдение, самонаблюдение, результаты деятельности, посредством которых эмпирическая психология добывала знания о «фактах сознания». Первые два он причислял к принципам психологии, т. е. к таким фактам, на основе которых «могут быть познаны законы сознания» [5, 29]. Результаты деятельности удаляются от принципов и приближаются к проблемам, которые требуют самостоятельного научного решения [5, 31].

Факты сознания, добываемые самонаблюдением, характеризуются: 1) быстротечностью во времени («для них не хватает точного определения уже в момент времени, когда мы делаем их объектом своего представления»); 2) стремление точно воспроизвести то, что мы испытываем в данный момент, приводит к отбрасыванию всего неочетливого.

Взаимоотношения между результатами деятельности и «законами душевной жизни человека» в его психологии не рассматриваются.

ные классы представлений. Каждое ощущение имеет свою интенсивность и продолжительность во времени. Это приводит к понятию формы ряда⁵. Наиболее отчетливо форма ряда получается при переходе одного однородного ощущения в другое. «Отсюда звуковая линия, цветовая поверхность между тремя главными цветами. . .» Таким же образом является форма ряда и в логическом построении, где видовые понятия противопоставляются друг другу и в то же время объединяются вместе. По своему содержанию «представление» есть феномен сознания, его назначение отражать объект. Оно составляет основания духовной жизни так же, как *vegetation* составляет основание живой материи. Оно единственное, чем располагает «душа».

Во-вторых, Герbart считал, что математическая психология предметом своего исследования должна сделать не сущность «представления», его «материю», а изменения тех отношений, в которые вступают «представления». Исходная позиция его психологии состоит в следующем. В своей основе отношения «представления» порождают то, что составляет рациональную сторону человеческой «души» — мышление, ум. Различные модификации этого отношения порождают сферу чувств и желаний. Различные отношения этих трех родовых сфер выражают

различные стороны личности — склонности, характер, волю, сознание. Для исследования законов изменения этих отношений Герbart обратился к общенаучной методологии познания и к математике.

Подводя итог вышеизложенному, обратимся к современности и укажем хотя бы на монографию Р. Аткинсона, Г. Бауэра, Э. Кротерса «Введение в математическую теорию обучения» [1, 15]. С чем столкнулись математические психологи XX столетия, пытаясь перевести данные качественной экспериментальной психологии на количественный уровень? По сути дела с теми же трудностями, что и математические психологи XIX столетия. Понятия качественной психологии наших дней оказались неоднозначными, очень широкими, содержащими много параметров. Все это делает их непригодными для использования в математической теории психологии. Чтобы прийти к некоторому однозначному процессу, лежащему в основе многообразия исследуемых явлений, авторы прежде всего обращаются к эксперименту. Эксперимент стал планироваться, появилась потребность эксперимента более высокого, биохимического уровня. Однако однозначность процесса, получаемая таким путем, имеет значение лишь для ограниченных ситуаций. Поэтому и математические модели однобоки, пред-

⁵ В психологии Гербарта форма ряда связывается с понятием «пространства». Пространство — единственная вполне выработанная форма ряда. Она продуцируется особенно хорошо зрительными и осязательными ощущениями. Например, в различии светлого и темного сказывается представление о сведении «вверх» или «вниз». Время, число, степень или интенсивность величины подлежат таким определениям, как «больше», «меньше», «между», поэтому они также составляют форму ряда. То же самое имеет место и в логическом построении, где символы являются не одними только выражениями, «. . . но содержат в себе нечто такое, что подлежит сравнению. В сущности дела здесь приемлемо название «объем» понятия» [5, 148].

По мнению Гербарта, арифметика представляет собой изумительный образец постоянно улучшающегося способа представления формы ряда. Она заключает в себе понимание переходов к «большему», к «меньшему». Намечаются непрерывные переходы, вставленные между целыми числами в виде дробей; обратное положение ряда представляется отрицательными числами; развивается понятие иррациональных чисел, логарифмов и экспоненциальных величин; при помощи дифференцирования функций вводится понятие бесконечности (там же).

сказания их распространяются только на условия единичного эксперимента и почти не поддаются обобщению. Создание общей теории математической психологии принадлежит будущему, но прообраз свой она уже имеет сейчас. Им является гербартова математическая психология. Основания к этому следующие: выполнив преобразование качественной психологии, Герbart приблизился с системой своих понятий к некоторым категориям «монодологии» Лейбница [6, 14, 16, 17]. И это положение вполне оправдывает себя. Лейбниц — великий создатель универсального символического метода. Герbart же сумел преобразовать существующую качественную психологию таким образом, что она стала вполне подходящим интерпретантом для этой формализованной системы. По существу математические психологи XX в. уже начали выполнять аналогичные преобразования качественной экспериментальной психологии. Усилия исследователей главным образом направляются на то, чтобы получить подходящий интерпретант для теории вероятностей наиболее общей формализованной системы, находящей в наше время широкое приложение во многих областях человеческого познания.

II.

Формализация содержательной теории, какую представляет психология,

составляет сложнейшую методологическую проблему. Оценивая позицию математической психологии XIX в., мы не касаемся философской концепции Гербарта, поскольку она не внесла ничего существенного в развитие философии того времени и потеряла всякую научную ценность в наши дни. Что касается некоторых конкретных положений его теории, то они, несомненно, представляют научный интерес. Рассмотрим прежде всего общие принципы, которые лежат в основе психологии Гербарта.

Во-первых, его математическая теория психологии базировалась на данных эмпирической психологии. И здесь Герbart рассуждал так: эмпирические наблюдения, лежащие в основаниях психологии, грубы и только в самых общих и упрощенных чертах схватывают исследуемое явление, порождая тем самым «недостаточность», которая прямым образом нуждается в «дополнении». Поэтому психология более чем любая другая наука нуждается в «принципе дополнительности». «Выгодная сторона этого принципа для психологии состоит именно в том, что чем общее понятие, тем скорее оно в связи с дополнением даст именно то, что прежде всего отыскивается во всех науках — общую теорию, с помощью которой с самого начала можно обозреть громадное разнообразие фактов»⁶ [5, 37].

⁶ Нам представляется, что в этой части теории И. Герbart имеет много общего с Д. Гильбертом (1862—1943), величайшим математиком своего времени, профессором Геттингенского университета.

У Гербарта — «дополнение» — это операции мышления «улучшающие недостаточность эмпирического наблюдения». Они направлены на указания отношений «... или таких реляций, в силу которых одно необходимо предполагает другое... одно без другого немислимо». Указанные отношения используются для отыскания скрытых понятий. Метод отыскания этих понятий называется «методом отношений». Его назначение — выявление противоречий и их отрицание [5, 34—35].

У Гильберта «дополнение» — операции мышления, присоединяющие к содержательным предложениям математики (которые *a priori* верны) идеальные (1926—1928). Назначение дополнения — расширить теорию и поднять ее на более высокий уровень абстракции. Основное требование к дополнению — не впадать в противоречия. «Метод отношений» в наши дни лежит в основаниях «реляционной алгебры» [8, 9].

Во-вторых, большим вспомогательным средством всякой теории является эксперимент с искусственными приборами и вычислениями. Эмпирическая психология не обладала такими приборами и не экспериментировала над людьми. Кроме того, психологические объекты сами по себе неизмеримы. Поэтому психология больше чем любая другая наука нуждается в способе познания, который позволил бы гипотетически указать на те отношения, в которые могут вступить исследуемые объекты, а затем подвергнуть исчислению изменения этих отношений, не определяя самих объектов. «Каждый, — отмечает Герbart, — даже признанный неправильным закон связи величин может быть вычисляем, и при глубоко скрытых, но важных предметах должно до тех пор испытывать гипотезы и со всей точностью исследовать вытекающие из них следствия, пока не будет найдено, какая из различных гипотез сходится с опытом» [4, 8].

Таким образом, принцип дополнительности и принцип альтернативных гипотез, — два основных принципа, реализуемые методом гипотетического моделирования, отчетливо выразились в математической психологии Гербарта. Отсюда, естественным образом, вошла в психологию и математика.

Какую роль она была призвана сыграть в математической психологии XIX столетия? «... Я боюсь, — пишет Герbart, — чтобы по-новому не сделать промаха, или по-новому не задумать легкомысленной попытки то подражать в философии математике, то пускаться в бесполезную и глупую игру математическими знаками и выражениями. И то и другое совершенно отличается от того употребления математики, ко-

торое предпринимаю я» [4, 14]. Чтобы не допустить подобных недоразумений, Герbart строго отличил «материальную» возможность математики от «формальной». Первая основывается на математических величинах, вторая — на методе их исследования. Природа математических величин составляет такую сферу проблем, «решить которые математика настолько неспособна, что скорее ловко избегает их, чтобы только не быть поставленной в затруднение»⁷ [там же]. Поэтому и проблема природы психологических величин в рамках математической психологии бессмысленна. Что же касается формальной возможности, «... то велико искусство математики, с которым она владеет своим аппаратом». Если рассмотреть этот аппарат, то увидим, «что математики вовсе не волшебники, но что у них происходит все естественно. Лучше сказать, мы получаем впечатление множества искусно сделанных машин, бесчисленных свидетелей разнообразной и в высшей степени живой деятельности, всецело направленной на приобретение истинного и прочного убеждения» [4, 15]. Правила математического вывода — вот тот пункт, который нашел себе приложение в физике и точно так же он должен найти себе приложение и в эмпирической психологии.

Прилагая математику к области исследования сил, эмпирическая физика запаслась такими понятиями, как «центр тяжести», «точка опоры» и т. д. Но что такое центр тяжести? «Действительно ли это точка на каком-нибудь теле? Нет! Это полезная фикция, вспомогательная форма мышления, удобная форма схватывания явлений действительных» [там же]. Эти фикции не-

⁷ Р. Курант в книге «Что такое математика» (1948 г.) отмечает, что проблема природы математических величин решалась столетиями. И поскольку сущность «субстанциональных характеристик» этих величин не поддавалась попыткам точного их описания, математики XX столетия сняли ее с повестки рассмотрения.

обходимы теории для того, чтобы свести к ним реальные факты, если только эти факты подвергают точному изучению. Так же должна поступать и психология, но в этом месте она ничего не может заимствовать ни у физики, ни у любой другой науки. Она должна иметь свою собственную область приложения математики и свои собственные научные фикции. И такой областью в гербартовой математической психологии является «человеческая душа».

Но что такое «душа», как к этому понятию подошла математическая психология? Герbart говорит, что она не локковская *tabula rasa*, в том смысле, что в ней отпечатываются и накладываются чужие мысли, и не лейбницевская «монада» со своей первоначально заложенной способностью отражения. А priori можно сказать, что неверно и любое другое определение, в котором содержатся субстанциональные характеристики понятия «души». То же самое относится и к такому понятию, как «противоположность между душой и телом». Это область метафизики, и на каждом этапе развития человеческого познания этим понятиям присваивались свои определения и свой способ их понимания. Математическая психология Гербарта делает предмет своего рассмотрения «самосохранение души» — «суть то единственное, что действительно бывает в природе» [5, 203]. Далее рассуждается так: всякая непрерывность возможных самосохранений есть одновременно и непрерывность возможных представлений, с той лишь разницей, что словом «представление» обозначается феномен сознания; «самосохранение души» — это реальный акт, порождающий феномены и делающий возможным сознание. Кроме того, «самосохранения души» соответствуют «самосохранения» в элементах нервной системы, а это в свою очередь может быть сведено к самосо-

хранению материи. Так на службу математической психологии были привлечены физиология и физика.

Однако связь психологии с физиологией в XIX веке занимает особое место. Герbart исходил из принципа, что «единой человеческой душе служит целая нервная система» [5, 164] и что психологический механизм самосохранения души следует познавать, исходя из первичного, т. е. из телесных состояний и сопровождающих их «изменений в нервах и мускулах, при помощи которых определяются органические движения» [5, 126]. Но данные физиологии были настолько несовершенны, неоднозначны и несвязаны между собой, что «желать, чтобы психология вполне подчинялась господству физиологии, — это значит прямо повернуть отношения между обеими науками...» [5, 187]. Поэтому Герbart переступает этап биологической психологии и прямо переходит на самый простой уровень, какой представляла тогда механика с законами движения тел.

Рассматривая свои законы, механика пользовалась такими определениями, которые объясняли притяжение, отталкивание и равновесие тел. Герbart считал, что математическая психология должна заимствовать этот язык как наиболее полно разработанный и понятный. Тогда представления должны выступать как взаимодействующие силы различной напряженности. Высшую степень напряженности следует соотнести с полным сочетанием и полным нарушением представлений. Этот «идеальный» случай даст точку отсчета и позволит ввести меру для измерения действительного представления. Мера будет указывать на степень нарушения или степень сочетания представлений, а, следовательно, на степень «самосохранения души». Однако, отмечает Герbart, такую аналогию нельзя проводить слишком далеко. «Здесь мы не будем иметь ника-

кого пространственного сложения и разложения сил; никакого угла, следовательно, никакого синуса и косинуса и никакого кругового движения, никакого бесконечного пространства. Все движение представлений заключается здесь между двумя устойчивыми пунктами — своим вполне задержанным и вполне незадержанным состояниями» [5, 61].

Эта часть психологии Гербарта наиболее интересна для нашего времени.

Аналогичное положение вещей мы наблюдаем в кибернетике. Поставив в центр своего внимания вопросы связи и управления в живых системах и в машинах, кибернетика вынуждена была, прежде всего, выявить взаимосвязь между такими науками, которые отстояли друг от друга слишком далеко. Потребовался немалый срок, пока специалисты различных областей (физиологи, математики, инженеры, психологи) добились понимания принципиального единства ряда задач. В результате некоторые свойства живой материи оказались связанными со вторым законом термодинамики; раздражимость попадает в область теории связи; соединение нервных волокон — в область математической логики. Психология резко сближается с физиологией высшей нервной деятельности и превращается, по существу, «... в анатомию и физиологию высокоспециализированных областей коры головного мозга» [2, 65]. Это сближение по-полняет в психологии тот пробел, который имел место в XIX в. и который, по сути дела, не мог быть пополнен экспериментальной психофизикой. Он и позволил критике назвать гербартову теорию искусственной, неподтвержденной экспериментом, а, следовательно, неудавшейся [14, 16, 17].

Такое суждение в наши дни нельзя считать полностью правильным. Математическая психология Гербарта — гипотетическая теория. Поэтому ее

полезность должна подтверждаться не столько экспериментом, сколько возможностью теории делать предсказания в некоторой содержательной области. И такой областью, естественно, должна быть психофизиология со своими развитыми формами эксперимента. В этой связи не бессмысленно замечание самого Гербарта, что если физиология когда-нибудь поднимется с уровня «опытного» на уровень теоретический, то ей придется обратиться к математической психологии, к ее некоторым конструктивным понятиям, приложить их к своему материалу и посмотреть, какую пользу от них можно получить. Таким образом, полезность теории предвиделась самим автором. Разумеется, что для современного уровня развития психофизиологии эта полезность ограничена. Поэтому возникают задачи конкретизировать ее применительно к определенным областям и целям. Это сфера вопросов, требующих особого исследования... В третьей части данной статьи мы лишь в общих чертах укажем на некоторые области, где возможно такое положение.

III.

В основе математической психологии Гербарта лежит ряд аксиом; две из них основные:

1. Человеческой душе принадлежит многообразие представлений.

2. Из всего объема представлений в каждое единичное мгновение создается лишь незначительная его часть.

Само многообразие представлений, по Гербарту, возможно благодаря единству «борющихся противоположных» представлений. Таким образом, первая аксиома ввела в психологию борьбу представлений, вторая — их движение и диалектику. Диалектика раскрывается в процессе исследования: 1) порогов сознания или таких взаимоотношений между представителями,

когда эффект производимого действия стремится к нулю, 2) законов, по которым воспроизводятся имеющиеся представления, где ставится задача раскрыть механизм ассоциации и исследовать законы памяти, 3) законов образования новых представлений (мышление, восприимчивость), где на примерах эволюции и инволюции рядов представлений рассматривается процесс образования нового качества или развития личности.

Вследствие оригинальности текста, а также сложности и порой громоздкости математических выкладок мы не имеем возможности изложить полностью хотя бы один из указанных пунктов. Поэтому рассмотрим выборочно лишь некоторые теоремы и постулаты, относящиеся к порогам сознания. Укажем сначала минимальный словарь используемых терминов.

Противоположность сама по себе имеет смысл лишь в отношении двух или многих вместе взятых представлений. Задержка представлений — уменьшение степени ясности (отчетливости) представления в связи с его «погружением» на порог. Она есть результат взаимодействия двух или многих представлений, обладающих различной степенью «противоположности» и различными «напряженностями». Задержка представлений может быть большей, меньшей, может стремиться к нулю, тогда представления остаются «незадержанными».

Затемнение представления вытекает из его «задержки». Это та часть, на которую уменьшается степень ясности данного (единичного) представления его «задержкой». Герbart называет это торможением эффекта деятельности представления другим представлением. Он предполагает, что затемнение обратно пропорционально напряженности до его «задержки», а также зависит от напряженностей тормозящих представлений. Затемнение различается по сте-

пеням. Если степень стремится к максимуму, то представление превращается в «стремление к представлению» и эффект производимого им действия стремится к нулю.

Сумма задержек есть сумма весов затемнений, погружающихся на порог представлений. Предполагается, что она всегда стремится к минимуму и равна напряженности самого слабого представления (если взаимодействует *n* представлений, то сумме напряженностей слабейших представлений).

Живость представлений также вытекает из их задержек. Это та степень ясности, которая осталась от исходного представления после их задержек. Герbart называет это реальной деятельностью представлений в их задержке, «которая делает возможным сознание». Предполагается, что она прямо пропорциональна напряженности исходных взаимодействующих представлений.

Остаток — вес живости данного (единичного) представления в его задержке. Герbart отмечает, что «... это не отдельные куски представлений, но степень оставшейся живости представления, после того как часть действительного представления была уничтожена задержкой и превратилась в одно лишь стремление к представлению» [5, 65]. Предполагается, что остаток представления всегда стремится к максимуму, а сумма остатков от всех взаимодействующих представлений равна напряженности сильнейшего представления.

Пороги в герbartовой математической психологии анализируются в двух ее частях: в «Статике духа» и «Механике духа». В первой части конструируется понятие «статический порог сознания». Здесь исследуются возможные отношения между представлениями, находящимися в равновесии. Механические пороги сознания относятся к динамике изменения двух отношений, возникающей при движении пред-

ставлений. Движение, по словам Гербарта, всегда предшествует равновесию, однако логика исследования предполагает сначала определить равновесие, поскольку через него возможно раскрыть понятие «движение».

При конструировании статических порогов производится вычисление суммы задержек и остатков. «Умея показать это и показать то отношение, в котором находятся различной напряженности представления, определяют статический пункт представления, т. е. степень его затемнения в равновесии» [5, 106]. Проиллюстрируем это исчисление следующими примерами.

I. Даны два представления a и b равной напряженности и полной противоположности. Тогда предполагается, что если a погружается полностью, то b остается полностью незадержанным или наоборот, b погружается полностью, a остается полностью незадержанным.

Герbart отмечает, что это фикция — идеальный случай, когда вся сила противоположности, принуждающая к погружению, направляется на одно из двух представлений. Здесь нет как такового распределения весов задержек и остатков, так как всегда одно представление полностью превращается в стремление к представлению, а другое полностью остается незадержанным. Однако этот идеальный пример нужен «Статике духа», поскольку в самой простой и отчетливой форме выражает содержание поставленной задачи.

II. Даны два представления a и b различной напряженности и полной противоположности. a — более сильное (напряженное), b — более слабое. Сумма задержек равна более слабому представлению b . Вычислить отношения этих представлений в равновесии.

Вычисление отношения представлений a и b в их равновесии выполняется посредством определения весов задержек и остатков. Здесь Герbart рас-

суждал так: подобно тому, как сумма чисел $(a+b)$ относится к каждому из своих слагаемых, так и сумма задержек b должна относиться к искомым весам затемненных представлений. Отсюда тождества

$$1) \frac{a+b}{b} = \frac{b}{x}, \text{ или } x = \frac{b^2}{a-b};$$

$$2) \frac{a+b}{a} = \frac{b}{y}, \text{ или } y = \frac{ab}{a-b}.$$

Эти тождества позволяют определить искомое отношение представления a и b : $b : a = \frac{b^2}{a+b} : \frac{ab}{a+b}$, отсюда вытекает равенство $b \cdot \frac{ab}{a+b} = a \cdot \frac{b^2}{a+b}$, выражающее равновесие представлений в их задержке. Здесь $\frac{ab}{a+b}$ — формула затемненной части представления b в результате его взаимодействия с представлением a ; $\frac{b^2}{a+b}$ — аналогичная формула затемненной части представления a . Имея эти формулы, легко найти выражения для остатков от a : $p = a - \frac{b^2}{a-b}$; от b : $q = b - \frac{ab}{a+b} = \frac{b^2}{a+b}$.

Результаты вычислений хорошо соотносятся с исходными предпосылками теоремы. Так, например, «сумма задержек» $\frac{ab}{a+b} + \frac{b^2}{a+b} = b$, т. е. более «слабому» представлению; «сумма остатков» $a - \frac{b^2}{a+b} + \frac{b^2}{a+b} = a$ — более «сильному» представлению. Формулы дают возможность наглядно представить распределение «весов» задержек и остатков от представлений. Например, если $a=1$, $b=1$, то $p = \frac{1}{2}$ и $q = \frac{1}{2}$; если $a=2$, $b=1$, то $p = \frac{5}{3}$ и $q = \frac{1}{3}$; если $a=10$, $b=1$, то $p = \frac{109}{11}$, $q = \frac{1}{11}$. Если же напряженность более «сильного» пред-

ставления a увеличивать до бесконечности, то $\lim_{a \rightarrow \infty} q = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{b^2}{a+b} \rightarrow 0$, т. е. остаток более «слабого» представления есть бесконечно малая величина, которая строго равной нулю быть не может. Отсюда следствие: при наличии двух взаимодействующих представлений различной напряженности и полной противоположности ни одно из них не может быть полностью вытеснено из сознания. Поэтому, отмечает Гербарт, эта теорема не может раскрыть психологического механизма порога сознания. Однако она не бесполезна, поскольку показывает подступы к решению поставленной задачи. В частности, возникает новая задача: определить такие условия «задержек» представлений, при которых остаток хотя бы одного из них был равным нулю. Отсюда вопрос: как найти формулы остатков для случая, когда взаимодействуют не два, а большее количество представлений?

III. Даны три представления a, b и c . a — сильнейшее, b и c более слабые, сумма задержек равна $b+c$, сумма остатков — a . Найти распределение весов живости этих представлений в их задержке.

Не приводя всего исчисления, укажем лишь на конечные три формулы, выражающие остатки: от a $p = a - \frac{bc(b+c)}{bc-ac+ab}$, от b $q = b - \frac{ac(b+c)}{bc+ac+ab}$, от c $r = c - \frac{ab(b+c)}{bc+ac+ab}$. Эти формулы и показывают распределение весов живости представлений. Для наглядности Гербарт приводит числовой материал. На таблице 1 показана связь между напряженностями исходных представлений и их остатками после задержки при условии, что исходная напряженность сильнейшего a возрастает, а исходные напряженности двух более слабых b и c равны между собой и остаются неизменными.

Таблица 1

a	P	$b=c$	$q=r$
10	3,33	10	3,33
11	4,76	10	3,12
15	10	10	2,5
20	16	10	2
40	37,77	10	1,11

Таблица 2

$a=b$	$p=q$	c	r
10	3,33	10	3,33
11	4,22	10	2,25
12	5,17	10	1,74
13	6,03	10	0,603
14	6,09	10	0,11
15	7,5	10	0

На таблице 2 показан случай, когда исходные напряженности двух представлений a и b равны между собой, причем они возрастают, а напряженность c остается неизменной.

Эта теорема приводит к следующим следствиям:

1) веса живости в остатках представлений различаются гораздо больше, чем напряженности представлений до их задержки. Например, в таблице 1 $a/b = 20/10 = 2$, тогда как $p/q = 16/2 = 8$;

2) если в сознании взаимодействуют три представления, то два из них способны погрузить третье так, что остаток его станет равным нулю;

3) погружаемое представление попадает на порог быстрее, если увеличиваются исходные напряженности сразу

двух, тормозящих представлений (табл. 2, 19, 159—173).

Герbart отмечает, что полученные следствия уже дают возможность произвести исчисление статического порога представления, т. е. такого состояния, когда оно, находясь в равновесии, полностью превращается в стремление к представлению, не вступает во взаимосвязь с другими представлениями и в сознании не производит никакого эффекта действия. Для этой цели прежде всего определяются отношения между напряженностью погруженного на порог представления c и напряженностями тормозящих представлений a и b . Не касаясь математической стороны вопроса, укажем на конечные следствия:

1) Два представления не очень большой напряженности способны погрузить на статический порог третье представление относительно большой напряженности. Например, $a=1$, $b=1$, погружают $c=0,7071$; $a=20$, $b=10$, погружают $c=8,164$.

2) По мере возрастания напряженности сильнейшего представления a возрастает и напряженность погружаемого на порог представления c , приближаясь по своей величине к напряженности представления b . Например, при $a=10$, $b=1$, $c=0,953$; при $a \rightarrow \infty$, $b=c$ [19, 173—181].

Далее анализируются отношения между весами живости от представлений a и b при условии, что вес живости представления c равен нулю. После чего логика вышеизложенного исчисления переносится на большее число взаимодействующих представлений. Укажем на два основных следствия:

1) С увеличением количества представлений, поступающих в сознание, напряженность погружаемых на статический порог представлений перестает играть существенную роль.

2) Если количество $n \rightarrow \infty$, то напряженность погружающихся представле-

ний приближается по своей величине к напряженности «тормозящих» представлений. Это значит, что наличие статического порога представления накладывает на объем сознания ограничения, и эти ограничения тем ярче выступают, чем большее количество представлений поступает в сознание [19, 181—183].

Однако объем сознания в математической психологии Гербарта ограничивается не только количеством представлений. Существенную роль играет здесь степень напряженности (интенсивности) и степень противоположности представлений, и в дальнейшем изложении «статики духа» Герbart выполняет исчисление порогов с учетом изменения этих двух степеней. Затем от единичных представлений переходит к рядам и непрерывностям представлений. Предполагается, что они в сознании связываются двояким способом: соединяются (*komplizieren sich*) не противоположные представления звук, цвет и сливаются (*verschmelzen*) — противоположные представления (различные оттенки цвета). Соединения и слияния образуют целостную силу (*Totalkraft*), которая действует по другим законам, чем для единичных представлений. Поэтому изменяются и пороги сознания, и здесь слабое представление может вытеснить сильное.

В своей математической психологии понятию статического порога Герbart придает исключительно большое значение. Он считает, что это понятие дает ключ к разрешению положения, сформулированного во второй аксиоме. «Заметим,— отмечает он,— что всего нашего знания, мышления, желания в каждый момент несравненно малая масса находится в сознании. В каком же состоянии находится отсутствующее, но остающееся в нашем распоряжении знание? Как может получиться, что оно хотя и есть, но не вносит ничего в наше субъективное состояние?»

[19, 175]. Ответ на этот вопрос не может дать узость ума в локковском смысле, где вводится трансцендентальное понятие «бессознательного». Герберт поставил задачу раскрыть психологический механизм порога, и рассмотренные примеры в какой-то степени показывают, как он его раскрывал.

Однако нам представляется, что понятие «статический порог» в математической психологии XIX века было призвано сыграть особую вспомогательную роль. Аналогичную роль в теоретической механике играет инерциальная система отсчета сил, равновесие сил, как и равновесие представлений, — это научные «фикции», через которые раскрывается понятие «движение». Только в отличие от механики, где движение связывается с массой тела, с силой взаимодействия тел и т. д., в математической психологии Герберта движение представлений связывается с фоном⁸. Фон постоянно присущ сознанию, он сам описывается уравнениями движений представлений и он же позволяет исследовать процесс воспроизведения имеющихся в памяти представлений, процесс образования новых представлений, иными словами, он делает возможным формальное исследование изменений мыслей, чувств, желаний и т. д. Фон связывается с «механическим порогом сознания». Пользуясь современной терминологией, механический порог сознания в Гербертовой математической психологии есть способ исчисления фона сознания. Рассмотрим в качестве примеров две простейшие теоремы.

IV. Даны два представления a и b , находящиеся в равновесии. S — сумма их остатков. Предполагается, что S в свою очередь должна погружаться на порог. Определить время погруже-

ния S и поступление задержки в процессе «погружения».

Поступление задержки — это та часть от S , которая подлежит затемнению за время t . Она обозначается буквой σ . Тогда $d\sigma$ — некоторый квант от S , затемняемый за мгновение dt . Отсюда скорость затемнения $\frac{d\sigma}{dt}$. Она равна разности между тем, что подлежало погружению и тем, что уже погрузилось на порог, т. е. $\frac{d\sigma}{dt} = S - \sigma$. Разрешение этого дифференциального уравнения приводит к искомым формулам: $t = \ln \frac{S - \sigma}{S - \sigma_0}$ и $\sigma = S(1 - e^{-t})$. Нетрудно заметить, что время погружения S — логарифмическая функция, в то время как поступление задержки протекает по экспоненциальному закону.

Рассмотренное уравнение моделирует фон сознания, создаваемый изолированным количеством представлений (изолированным в том смысле, что движутся два уже имеющихся в сознании представления). Герберт отмечает, что в этих условиях «поступление задержки» наиболее быстро протекает только в начальный момент. При $t \rightarrow \infty$, $\sigma \rightarrow S$ очень медленно, «поэтому настроение духа быстро успокаивается, хотя и не успокаивается совсем». Если бы эти условия реально имели место, «то мы бы очень скоро впали в состояние вечной тоски». На деле же в каждое мгновение в нашем сознании воспроизводятся имеющиеся представления и воспринимаются новые. Этот факт должен быть отражен в механическом пороге сознания [19, 244—247].

V. Даны два представления a и b , находящиеся в равновесии. s — сумма остатков. Приходит представление c (безразлично каким способом). Предполагается, что в начальный момент

⁸ Термин «фон» вводится автором статьи, Герберт употребляет термин «колебание души».

оно полностью не задержано и отношение между a , b и c определяется равенством $c=s$. Определить фон сознания, создаваемый этими представлениями.

Исследуется движение представления c . Вычислению подлежат t и σ . В отличие от предыдущего случая предполагается, что c , «погружаясь», встречает противодействие со стороны a и b . Не приводя всех расчетов, укажем лишь на поправку q , которая вносится этим противодействием в формулы t и σ : $t = \frac{1}{q} \ln \frac{c}{c - q\sigma}$, $\sigma = \frac{c}{q} (1 - t^{-qt})$. Смысл этой поправки раскрывается в следующем:

1) Анализируется время погружения представления c на статический порог. Предполагается, что если c уже находится на своем пороге, то имеет место равенство $c = \sigma$, откуда время $t = \frac{1}{q} \ln \frac{1}{1-q}$. Формула для t может быть представлена в виде ряда: $\frac{1}{q} \ln \frac{1}{1-q} = 1 + \frac{1}{2}q + \frac{1}{3}q^2 + \dots + \frac{1}{n}q^{n-1} + \dots$. Отсюда следует, что $0 < q < 1$, причем при $q \rightarrow 0$ время погружения представления c , уменьшаясь, стремится к const, при $q \rightarrow 1$ увеличивается до бесконечности.

2) Погрузившись на порог c , перестает взаимодействовать с представлениями a и b . Предполагается, что имеющееся «противодействие» представления a и b в этих условиях направляется на собственную сумму остатков, и сумма начинает подниматься в сознании (уменьшается степень затемнения каждого из представлений a и b). Здесь возникают две аналогичные задачи: определить t_1 и σ_1 для поднимающегося a ; t_2 и σ_2 для поднимающегося b .

3) Нарушение равновесия представлений a и b приводит к новой поправке, вносимой в первоначальное q . При этом изменяется σ , что приводит к нарушению равенства $\sigma = c$, и c начинает

погружаться ниже своего статического пункта. Так же, как в предыдущих случаях, здесь определяется t и σ . В дальнейшем процесс движения повторяется [19, 247—261].

Эти уравнения в математической психологии Гербарта называются «уравнениями колеблющейся души». Приведенные примеры в какой-то степени позволяют проиллюстрировать замысел Гербарта относительно фона сознания. Фон непрерывно колеблется, и математика, прилагаемая к психологии, в этом пункте должна отразить именно это колебание. Заметим, что аппарат исчисления бесконечно малых для этой части математической теории психологии оказался грубым и порой неприемлемым. Многие формулы, отмечает Гербарт, которые могли бы быть найдены, оказываются столь трудно употребляемыми, что немногим хватило бы терпения применить их на пользу психологии. Поэтому проблему порогов следует считать скорее намеченной, чем решенной. Тем не менее «... большой шаг вперед состоит в том, что установлены правила вычисления этого предмета и в общей форме рассмотрены его возможности для объяснения того, что происходит в нашей душе» [19, 181].

Порог в математической психологии дал возможность Гербарту реализовать замыслы его теории. Однако в наше время в некоторых областях психологии обобщенной модели порога следует придать самостоятельное научное значение. Такой областью, в частности, является сенсорная психология, где в связи с некоторыми гипотезами нейроквантовой теории и теории обнаружения сигналов стали обсуждаться собственные понятия порогов классической психофизики. Модель может найти себе приложение в областях психологии, занимающихся информационными аспектами памяти, в психофизиологии, где на основе данных времени

решения задачи анализируются поведенческие характеристики или ставятся более глубокие задачи, связанные с механизмами второсигнальной импульсации и т. д. Она может быть применима и к самому времени реакции, если сделать его объектом исследования. В возможности такого рода приложений и заключается несомненное преимущество формализованной теории перед качественной.

Статью, посвященную Иоганну Фридриху Гербарту, закончим его словами: «Наша история слишком коротка, чтобы придерживаться изречения древних — «нет ничего нового под солнцем» [5, 187]. С момента выхода в свет его монографии прошло около

150 лет, и в наши дни мы являемся свидетелями больших побед, достигнутых в области развития человеческого познания... Так, исчисление бесконечно малых относится в наше время к детерминистической математике, которая в свою очередь представляет всего лишь частный случай стохастической теории. Экспериментальная психология сумела накопить много фактов. Преодолевая свои противоречия, она созрела и способна подняться на уровень гипотетической теории современного уровня. И место И. Ф. Гербарта в математической психологии незыблемо. Еще не одному поколению математических психологов он поможет понять прошлое, оценить настоящее и предвидеть будущее психологии.

Кафедра высшей математики
МАДИ

Поступило
в мае 1971 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротерс Э.* Введение в математическую теорию обучения (перевод с англ.). М., «Мир», 1969.
2. *Винер Н.* Кибернетика. М., «Советское радио», 1968.
3. *Вольф Х.* Разумные мысли о силах человеческого разума. СПб., тип. «Артиллерийского и инженерно-кадетского корпуса», 1765.
4. *Гербарт И. Ф.* О возможности и необходимости применять в психологии математику. В кн. «Психология», СПб., 1895.
5. *Гербарт И. Ф.* Психология как наука вновь обоснованная на опыте, метафизике и математике. В кн. «Психология», СПб., 1895. Учебник психологии, там же.
6. *Дессуар М.* Очерк истории психологии. СПб., 1912.
7. *Кант И.* Антропология. СПб., тип. П. П. Сойкина, 1900.
8. *Карри Х.* Основания математической логики. М., «Мир», 1969.
9. *Клини С. К.* Введение в математику. М., ИЛ, 1957.
10. *Курант Р., Роббинс Г.* Что такое математика. М., «Просвещение», 1967.
11. *Лейбниц Г.* Новые опыты о человеческом разуме. М.—Л., Соцэргиз, 1936.
12. *Локк Д.* Опыты о человеческом разуме. М., тип. И. Н. Купинерева и К°, 1898.
13. *Рамуль К. А.* Вильгельм Вундт как психолог. «Вопросы психологии», № 1, 1971.
14. *Рибо Т.* Современная германская психология (Опытная школа). СПб., 1895.
15. *Скороспешкина Н. Д.* Введение в математическую теорию обучения (рецензия на кн. Аткинсона и др.). «Вопросы психологии» (в печати).
16. *Троицкий М.* Немецкая психология текущего столетия, т. II, М., 1883.
17. *Ярошевский М. Г.* История психологии. М., «Мысль», 1966.
18. *Drobisch M. W.* Erste Grundlehren der mathematischen Psychologie. Leipzig, 1850.
19. *Herbart J. F.* Psychologie als Wissenschaft neu gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik, T. I. Königsberg, 1824.
20. *Volk mann R. von Volk mar.* Lehrbuch der Psychologie vom Standpunkte des Realismus und nach genetischer Methode. Cöthen, O. Schulze, 1884—1885.