CHAOSAS KLASIKINĖJE IR KVANTINĖJE DINAMIKOJE

Bronislovas Kaulakys
Teorinės fizikos ir astronomijos institutas, A. Goštauto 12, 2600 Vilnius

ĮVADAS

Deterministinio chaoso esmė – jautri priklausomybė nuo pradinių sąlygų, labai artimų trajektorijų eksponentinis, laikui bėgant, tolimas vienos nuo kitos. Tai būdinga sistemoms, kurių evoliuciją aprašo netiesinės diferencialinės arba skirtuminės lygtys. Jeigu diferencialinės lygtys pirmos eilės, tai jų turi būti ne mažiau trijų izoliuotoms sistemoms ir ne mažiau dviejų – sistemoms, veikiamoms reguliarios išorinės jėgos.

Chaosas vadinamas *deterministiniu*, nes yra algoritmas, užduotas diferencialinių arba skirtuminių lygčių pavidalu, kaip iš pradinių sąlygų apskaičiuoti sistemos būseną ateityje.

Nors ir paradoksalu, bet deterministinis judėjimas gali būti nereguliarus, chaotinis. Pirmas tai suprato prancūzų mokslininkas Poincaré dar 1892 metais. Tačiau tai buvo laikoma kuriozu iki pat meteorologo Lorenc'o 1963 metų darbo, kuriame jis parodė, kad trijų paprastų pirmos eilės netiesinių diferencialinių lygčių sistemos sprendiniai gali būti *chaotinės trajektorijos. Deterministinis chaosas* atsiranda ne dėl išorinio triukšmo šaltinio, ne dėl didelio laisvės laipsnių skaičiaus ir ne dėl kvantinio neapibrėžtumo, o *dėl sistemos netiesiškumo*, dėl judėjimo integralų neišsilaikymo [1–4, 7, 8, 14, 17, 18].

Nereguliarumas – tai netiesinės sistemos savybė, kuri sąlygoja be galo artimų trajektorijų eksponentinį tolimą vienos nuo kitos uždaroje fazinėje erdvėje. Lorenzo sistemos atveju – trimatėje erdvėje. Todėl *negalima numatyti ilgalaikio sistemos elgesio*, nes pradinės sąlygos visada užduodamos baigtiniu tikslumu ir jų paklaida, laikui bėgant, eksponentiškai auga.

Taigi "tiesmukiškas" netiesinių diferencialinių lygčių sprendimas nebetenka prasmės. Būtini kitokie netiesinių lygčių sistemų tyrimo metodai [15]. Tačiau pasirodo, kad vis tik ir netiesinių sistemų dinamika paklūsta tam tikriems dėsningumams, gali būti klasifikuojama, prognozuojama (bent jau statistiškai) ir net valdoma. Šiuolaikinis determinuoto chaoso mokslas apima platų tyrimų spektrą. Chaosas yra tiriamas kaip klasikinės, taip ir kvantmechaninės teorijos požiūriu. Tiriami scenarijų dėsningumai, kuriais sistema iš reguliaraus elgesio pereina į chaotinę būseną. Intensyviai tiriamos pačių chaotinių būsenų savybės.

Problemos

Iš karto kyla keletas klausimų:

- Ar iš sistemą aprašančių lygčių pavidalo galima pasakyti, kada bus deterministinis chaosas [1-3]?
- Ar galima matematiškai suformuluoti chaoso apibrėžimą ir išplėtoti kiekybinę jo teoriją?

- Kokia chaoso vieta ir svarba įvairiose fizikos ir kitų mokslų srityse?
- Ar deterministinio chaoso egzistavimas reiškia netiesinės sistemos ilgalaikės prognozės negalimumą, ar vis tik galima ką nors "ištraukti" iš chaotinio signalo?
- Kas tai yra kvantinis chaosas ir ar iš viso jis galimas [9, 16, 17]?

Chaotinių sistemų pavyzdžiai:

- periodiškai veikiama švytuoklė [1–4],
- Henon-Heilės sistema [1-4],
- Lorenz modelis [1, 10],
- Belousovo-Žabotinskio reakcijos [1],
- periodiškai trikdomas rotorius. Vandenilio atomas mikrobangų lauke [19–23],
- lazeris, kaip chaotinė sistema. Lazerio spinduliuotės ir Lorenzo sistemos dinamikų analogija. Chaosas spinduliuotės sąveikoje su medžiaga [6, 11, 13],
- kitos įvairiausios fizinės, cheminės, biologinės, ekologinės, socialinės, ekonominės, informacinės sistemos [1–5, 14, 18].

Chaoso atsiradimo mechanizmai [1–18]:

- begalinis periodų dvigubinimasis,
- besikaitaliojimas (Intermittency),
- keistasis atraktorius.

Chaotinės dinamikos vaizdavimas

Chaotinę dinamiką tirti ir vaizduoti patogu naudojantis *Puankare vaizdais*, gaunamais sistemos fazinę erdvę kertant tam tikra plokštuma ir joje atidedant taškus, kuriuose judėjimo trajektorija kerta plokštumą. Iteracinės lygtys gaunamos judėjimo lygtis suintegravus tam tikram sistemos judėjimui būdingam periodui. Chaoso tyrimas iteracinių vaizdų pagalba yra nepalyginamai paprastesnis ir vaizdesnis, negu sprendžiant netiesines diferencialines lygtis.

Tokiu būdu gali būti aprašomas chaosas ir hamiltoninėse, ir nekonservatyviose kaip izoliuotose taip ir veikiamose periodinės išorinės jėgos sistemose. Klasikinis periodiškai trikdomos sistemos pavyzdys yra *standartinis (Čirikovo) atvaizdas.* Kitas pavyzdys – kvadratinis vaizdas (Logistic map): $X_{n+1} = \lambda X_n(1 - X_n)$.

Judėjimo chaotiškumo charakteristikos:

Liapunovo eksponentės (rodikliai), koreliacinės funkcijos, signalo spektras ir dimensija. Galimas ir chaotinės dinamikos valdymas [10, 12].

KVANTINIO CHAOSO PROBLEMA

Viena iš kvantinio chaoso analizės krypčių yra klasikinės chaotinės dinamikos pasireiškimo kvantuotuose sistemų analoguose paieška [9, 16, 17], kita – kvantinės apgręžiamos dinamikos suderinamumo su klasikine neapgręžiama chaotine dinamika problema [16, 20–25, 28, 29]. Pirmosios krypties tyrimuose yra nustatyta, kad kvantinės sistemos spektrinės ir kai kurios kitos savybės priklauso nuo to, ar jos klasikinio analogo dinamika yra reguliari ar chaotinė bei išplėtota chaotinių sistemų kvaziklasikinio kvantavimo teorija [16, 17]. Iš kitos pusės, akivaizdu, kad grynai kvantinėse sistemose chaotinė dinamika negalima. Ji gali pasireikšti tik kvaziklasikinėje sistemos parametrų srityje. Bet pagal Boro atitikimo principą didelių kvantinių skaičių (kvaziklasikinėje) srityje iš klasikinės ir kvantinės teorijų turėtų sekti tokie pat matuojami sistemos fizikiniai dydžiai. Tačiau netiesinių sistemų dinamikoje tokio atitikimo nėra. Vienas iš ryškiausių klasikinės ir kvantinės dinamikų neatitikimo pavyzdžių yra dinaminio chaoso kvantinės lokalizacijos efektas: kvaziklasikinės sistemos difuzinio pobūdžio chaotinė dinamika dėl kvantinio interferencijos reiškinio lokalizuojasi apibrėžtoje sistemos parametrų (energijos) srityje, kai tuo tarpu šios sistemos klasikinio analogo dinamika yra neribota [20–22]. Pasirodo, kad tiktai aplinkos arba matavimų poveikiu trikdomų kvaziklasikinių sistemų evoliucija tampa artima klasikinei dinamikai. Išorinis poveikis ardo kvantinės interferencijos vaizdą ir sąlygoja tankio matricos nediagonaliųjų matricinių elementų relaksaciją [25]. O tai yra viena iš būtinų kvantinės dinamikos virsmo klasikiniu judėjimu sąlygų.

MATAVIMŲ ĮTAKA SISTEMŲ EVOLIUCIJAI

Plika akimi ar paprastu mikroskopu matomų palyginti didelių sistemų judėjimą, kitimą, evoliuciją galime stebėti, matuoti ir analizuoti nepadarydami esminės įtakos jų dinamikai.

Kitaip yra mikrosistemų pasaulyje. Pagal kvantų teoriją, kiekvienas mikrosistemos matavimas sukelia neapgręžiamą sistemos būsenos pokytį, vadinamą banginės funkcijos kolapsu. Jeigu iki matavimo sistema buvo būsenų superpozicijoje, tai iš karto po fizikinio dydžio matavimo ji atsiranda vienoje iš šio dydžio tikrinių būsenų. Natūralu, kad toks matavimas turi įtakos tolimesnei sistemos evoliucijai: po matavimo kvantinė sistema turi vėl pradėti judėti lyg tai iš naujo, pereidama į naują būsenų superpoziciją. Matavimas mažiausiai veikia stacionarią arba spontaniškai beskylančią sistemą, kurios evoliuciją aprašo eksponentinis skilimo dėsnis, o matavimų įtaka priverstinei dinamikai yra esminė: dažni matavimai gali sulėtinti ar net nuslopinti indukuotus šuolius tarp sistemos būsenų. Matuodami be galo dažnai, ar sistema yra pradinėje būsenoje, pastebėsime, kad ji visą laiką yra būtent pradinėje būsenoje. Šis reiškinys iš analogijos su Zenono Elėjiečio aporija, kad judėjimas yra negalimas ("Strėlė nejuda nei toje vietoje, kur ji yra, nei toje, kur jos nėra"), vadinamas kvantiniu Zenono efektu (paradoksu) arba "kvantiniu verdančiu puodu". (Dažnai atidenginėjamas, norint sužinoti ar dar neverda, puodas niekada neužverda). Kvantinis Zenono efektas buvo stebėtas lazerinio spinduliavimo indukuotiems šuoliams: atliekant dažnus sistemos būsenos tarpinius matavimus, šuolių tikimybė sumažėja [30]. Todėl už nedidelį mokestį galima pasiūlyti "Amžinos jaunystės receptą" [31]. Užtenka pakankamai dažnai stebėti moterį, jai sakyti komplimentus, ir ji niekada nepasens. Deja, toks dinamikos "užšaldymas" galimas tik palyginti paprastoms kvantinėms sistemoms, kurių būvio aprašymui pakanka keleto tikrinių būsenų. Kitaip evoliucionuoja sudėtingesnės netiesinių kvaziklasikinių sistemų būsenos. Pagal Boro atitikimo principą sistema, kurios būseną aprašo dideli kvantiniai skaičiai, turėtų elgtis panašiai kaip jos klasikinis analogas. Tačiau pasirodo, kad tik tam tikrą, gana trumpą laiką kvantinė evoliucija sutampa su klasikine, o vėliau ji sulėtėja [16, 20]. Dažni tokios kvantinės sistemos matavimai arba net nedideli išoriniai poveikiai ardo jos būsenų interferenciją bei dinamikos lokalizaciją ir sąlygoja neapribotą stochastinio pobūdžio judėjimą, visiškai analogišką klasikiniam chaosui [24, 28, 29]. Taigi sudėtingų netiesinių sistemų evoliuciją sustabdyti vien dažnais jų būsenų matavimais ar nuolatiniu stebėjimu yra neįmanoma. Geriausiu atveju tokios dažnai matuojamos sistemos kvantinė dinamika virsta “klasikiniu chaosu”. Tačiau dar ne viskas prarasta! Pasirodo, kad tokį dinaminį chaosą galima valdyti visai silpnu, bet tinkamai parinktu išoriniu poveikiu [10, 12]. Bet tai jau kita epopėja.

Literatūra

1. H. G. Schuster, *Deterministic Chaos. An Introduction,* VCH, 1989 and 1995; Шустер Г., *Детерминированный хаос. Введение,* Москва, Мир, 1988 (пер. с англ.).

2. Заславский Г. М., *Стохастичность динамических систем,* Москва, Наука, 1984; G. M. Zaslavsky, *Chaos in Dynamical Systems,* Harwood, 1985.

3. A. J. Lichtenberg, M. A. Liebermann, *Regular and Stochastic Motion,* New York, Springer-Verlag, 1981 and 1992; Лихтенберг А., Либерман М., *Регулярная и стохастическая динамика,* Москва, Мир, 1984 (пер. с англ.).

4. Заславский Г. М., Сагдеев Р. З., *Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса,* Москва, Наука, 1988.

5. H. Haken, *Information and Self-Organization: A Macroscopic Approach to Complex Systems,* Berlin, Springer-Verlag, 1988; Хакен Г., *Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам,* Москва, Мир, 1991 (пер. с англ.).

6. H. Haken, *Light. Vol. 2. Laser Light Dynamics,* Amsterdam, North-Holland Phys. Publ., 1985.

7. D. Park, *Classical Dynamics and Its Quantum Analogous,* Berlin, Springer-Verlag, 1979 and 1990.

8. F. Scheck, *Mechanics. From Newton's Laws to Deterministic Chaos,* Berlin, Springer-Verlag, 1990.

9. Елютин П. В., *Проблема квантового шаоца, УФН,* **155**(3), с. 397–442 (1988).

10. K. Pyragas, *Methods of Analysis and Control of Deterministic Chaos in Nonlinear Dynamical Systems,* Habil. Dr. Thesis, Vilnius, 1994.

11. L. M. Narducci, N. B. Abraham, *Laser Physics and Laser Instabilities,* World Scientific, Singapore, 1988.

12. T. Shinbrot, *Chaos: Unpredictable Yet Controllable, Nonlinear Science Today,* **3**(2), p. 1–8 (1993).

13. D. J. Gauthier, *The Dynamics of Optical Systems: A Renaissance of the 1990s, Nonlinear Science Today,* **4**(2), p. 1–11 (1994).

14. L. E. Reichl, *The Transition to Chaos: In Conservative Classical Systems: Quantum Manifestations,* New York, Springer-Verlag, 1992.

15. P. Glendinnig, *Stability, Instability and Chaos: An Introduction to the Theory of Nonlinear Differential Equations,* Cambridge Univ. Press, 1994.

16. F. Haake, *Quantum Signatures of Chaos,* Berlin, Springer-Verlag, 1991.

17. M. C. Gutzwiller, *Chaos in Classical and Quantum Mechanics,* New York, Springer-Verlag, 1990.

18. A. Bunde, S. Havlin (Eds.), *Fractals and Disordered Systems,* Berlin, Springer-Verlag, 1991.

19. V. Gontis, B. Kaulakys, *Stochastic Dynamics of Hydrogenic Atoms in the Microwave Field: Modeling by Maps and Quantum Description, J. Phys. B: At. Mol. Phys.,* **20,** p. 5051–5064 (1987).

20. V. Gontis, B. Kaulakys, *Quasi-classical Maps for One-dimensional Systems with Periodic Perturbation. Atom in Microwave Field, Liet. Fiz. Rink.,* **28,** p. 671–678 (1988) [Engl. tr.: *Sov. Phys. – Coll.,* **28**(6), p. 1–6 (1988)].

21. V. Gontis, B. Kaulakys, *Quasi-classical Transition Amplitudes for One-dimensional Atom in Harmonic Field, Lithuanian J. Phys.,* **31**(2), p. 75–78 (1991).

22. B. Kaulakys, V. Gontis, G. Hermann, A. Scharmann, *Scaling Relations for the Hydrogen Atom in a Harmonic Field: Classical Chaos and Quantum Suppression of Diffusion, Phys. Letters* A, **159**, p. 261–265 (1991).

23. B. Kaulakys, G. Vilutis, *Ionization of Rydberg Atoms in a low Frequency Field: Modeling by Maps of Transition to Chaotic Behaviour, In: Chaos – the Interplay Between Stochastic and Deterministic Behaviour, Proc. Karpacz'95, Ed. by P. Garbaczewski et al,* Springer-Verlag, Berlin, 1995, p. 445–450; *e-print archives:* xyz.lanl.gov/chao-dyn/9503011.

24. B. Kaulakys, *On the Quantum Evolution of Chaotic Systems Affected by Repeated Frequent Measurement, Quantum Communications and Measurement,* Plenum Press, London, 1995, p. 193–197; *e-print archives:* xyz.lanl.gov/quant-ph/9503018.

25. B. Kaulakys, *Dynamical Peculiarities of Nonlinear Quasiclassical Systems, Lith. J. Phys.,* **36**(4), p. 343–345 (1996);
e-print archives: xxx.lanl.gov/quant-ph/9610041.

26. B. Kaulakys, G. Vektaris, *Transition to Nonchaotic Behaviour in a Brownian-type Motion, Phys. Rev.* E, **52**(2), p. 2091–2094 (1995); *e-print archives:* xyz.lanl.gov/chao-dyn/9504009.

27. B. Kaulakys, G. Vektaris, *Transition to Nonchaotic Behaviour in Randomly Driven Systems: Intermittency and 1/f-noise, In: Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations, Proc. 13th Intern. Confer.,* World Scientific, Singapore, 1995, p. 677–680.

28. V. Gontis, B. Kaulakys, *Quantum Dynamics of Simple and Complex Systems Affected by Repeated Measurement, J. Tech. Phys.,* **38**(2), p. 223–226 (1997).

29. B. Kaulakys, V. Gontis, *Quantum Anti-Zeno Effect* (submitted to Phys. Rev. A).

30. W. M. Itano et al, *Quantum Zeno effect, Phys. Rev.,* A **41**, p. 2295–2300 (1990).

31. M. Burge, A. J. Kalnay, *Solution to Two Paradoxes in the Quantum Theory of Unstable Systems, Nuovo Cimento,* **77B,** 5 (1983); A. V. Teglo, *Возможен ли рецепт вечной молодости? In: Философские исследования совр. квант. теории,* Москва, 1991, с. 33–45.