

# ADEKVAČIOJO INVESTAVIMO PORTFELIO ANATOMIJA IR SPRENDIMAI PANAUDOJANT IMITACINES TECHNOLOGIJAS

**Aleksandras Vytautas Rutkauskas**

Profesorius habilituotas daktaras

Vilniaus Gedimino technikos universiteto

Verslo vadybos fakulteto

Finansų inžinerijos katedra

Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lietuva

El. paštas: ar@vv.vtu.lt

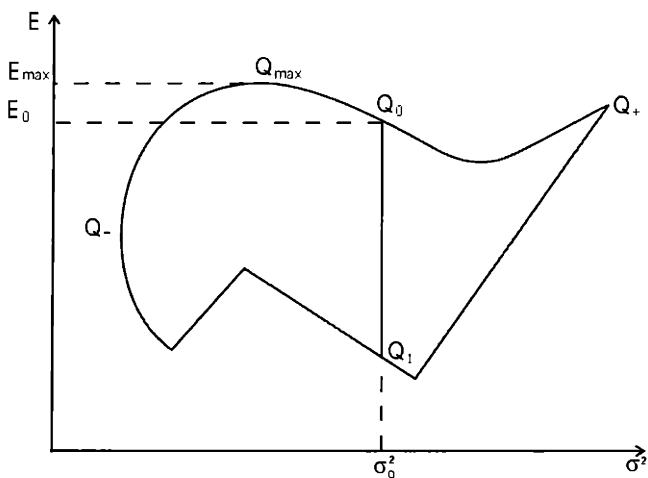
*Šiame straipsnyje nuosekliai išdėstoma autoriaus taip pavadinto adekvačiojo investavimo portfelio sudarymo eiga, pateikiamas adekvačiojo investavimo portfelio panaudojimo analogijos su moderniuoju, arba Markowitzo, portfeliumi. Atskleidžiami adekvačiojo investavimo portfelio panaudojimo ypatumai, kai investavimo aktyvai turi sudėtingus savo pelningumo galimybių tikimybės skirstinius, taip pat integruotam aktyvų ir įsipareigojimų valdymui. Kartu straipsnyje yra nagrinėjamos imitacinio modeliavimo galimybės, sprendžiant adekvačiojo portfelio turinį išreiškiančių matematinų modelių sistemą, kuri savo ruožtu būna sudėtinga stochastinio programavimo problema: jai nagrinėti reikia originalių problemos formulavimo ir sprendimo metodų. Straipsnyje pateikiama situacijų reprezentatyviojo analogo idėja, kurios esmė išreiškia integruotas reprezentatyviosios aibės ir imitacinio modeliavimo galimybių panaudojimas. Galiausiai straipsnyje parodoma, kaip adekvatusis investavimo portfelis ir situacijos reprezentatyvusis analogas naudojami konkrečiai investavimo problemai spręsti.*

**Pagrindiniai žodžiai:** adekvatusis portfelis, imitacinės technologijos, stochastinio programavimo problema, investavimo procesas, efektyvioji linija.

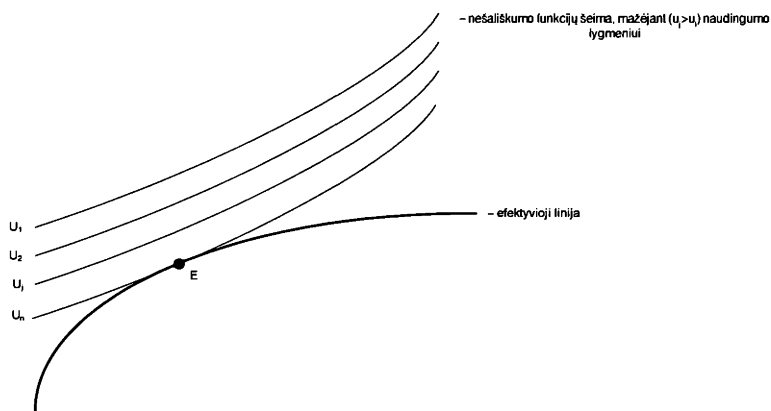
## 1. Efektyviųjų moderniojo investavimo portfelio sprendinių paieška kaip adekvačių investuotojo interesams sprendinių paieškos prologas

Efektyviųjų portfelių aibės nustatymas – tai pirmas geriausias moderniojo investavimo portfelio galimybės parinkimo problemos sprendimo etapas. Tai ganėtinai sudėtinga užduotis. Vienas iš jos sprendimo metodų – portfelių „ekstremalių“ pagal vieną iš kriterijų, kai kito kriterijaus reikšmė duota, radimas. Taip užfiksavus (žr. 1 pav. a. sekcija), pavyzdžiui, rizikos lygį  $\sigma_0$ , ga-

lima ieškoti portfelių, turinčių tokio lygio riziką ir maksimalų pelningumą. Tokie portfeliai vadinami *maksimaliaisiais* pagal pelningumą, o jų atvaizdai sudaro *maksimaliąją* kriterinės aibės *ribą*. 1 pav. taškui  $\sigma_0$  pavaizduotas maksimalus pagal pelningumą portfelis, turintis atvaizdą  $Q_0$  ir pelningumo lygį  $E_0$ . Kitų portfelių, turinčių šį rizikos lygį, atvaizdai yra ant vertikalaus atkarpos  $Q_0Q_0$  (kriterinės aibės pjūvis). Maksimalioji riba (kontūras) yra viso kriterinės aibės kontūro  $G_L$  (žr. 1 pav. a. sekcija) kreivės  $Q_0Q_0$  dalis. Efektyvioji linija, pavaizduota lanku  $Q_0Q_{max}$ , yra maksimaliosios linijos dalis. Pa-



a. Efektyvioji ir maksimalioji kriterinės aibės linijos



b. Nešališkumo kreivės šeimos ir efektyviosios linijos sankirta E – naudingiausio investuotojui portfelio atvaizdas

1 pav. Efektyvioji ir maksimalioji kriterinės aibės linijos (a sekcija) ir naudingiausio investuotojui portfelio atvaizdo suradimas (b sekcija)

žymėtina, kad portfelis  $x_{max}$  su atvaizdu  $Q_{max}$  turi didžiausią pelningumą, palyginti su visais leistiniais portfeliais. Kaip jau buvo atskleista Markovitzo, efektyviąją liniją atvaizdų plokštumoje  $(E, V)$  galima pavaizduoti tolydžios funkcijos grafiku (žr. 1 pav. a. sekcija).

Norint rasti maksimaliuosius portfelius, reikia išspręsti optimizacinį uždavinį su vienu kriterijumi, t. y. maksimizuoti pelningumą  $E(x)$  su sąlyga, kad portfelio struktūra  $-x \in L$  ir  $V(x) = V(\sigma(x) = \sigma)$ . Antra sąlyga yra kriterinis apribojimas.

Maksimalioji ir efektyvioji kriterinės aibės linijos (ribos) yra pagrindinės šios aibės charakteristikos, jomis remiantis investuotojui yra parenkami efektyviausi portfeliai, kuriamos investavimo strategijos ir plan.

Norint išsirinkti geriausią iš efektyviųjų portfelių, t. y. portfelių, kurių atvaizdai yra ant efektyviosios linijos, tenka naudotis įvairiais pelningumo ir rizikos subndramatinimo principais arba tiesiog panaudoti daugiakriterinę optimizaciją. Šiuo atveju kriterijus yra efektyviosios linijos taško, teikiančio didžiausią naudingumą investuotojui, suradimas. Tai dažniausiai daroma pasitelkiant investuotojo naudingumo funkciją (Edvin J. Elton and others, 2003) arba nešališkumo funkcijų šeimą, kuri yra pelningumo ir rizikos subndramatinimo priemonė kiekvienam naudingumo lygmeniui –  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ ; ( $u_i > u_j$ ), jeigu  $i < j$  (žr. 1 pav. b sekcija).

Nors „standartinis nuokrypis – vidurkis“ portfelių modelis plačiai paplitęs tarp tyrėjų ir praktikų (Frank J. Fabozzi, 2002; Frank K. Reilly, 2003), mūsų nuomone, tai nėra adekvati priemonė investuotojo tikslams aprašyti. Neabejotina, kad investuotojui svarbu, o galbūt svarbiausia, ne tik portfelio galimybių visumos rizikingumas, bet ir kiekvienos galimybės patikimumas. Todėl tolesnėje teksto dalyje nagrinėjamas vadinamasis adekvatusis investicijų portfelio pelningumo galimybių stochastinei prigimčiai vertinimo, o kartu lei-

džiantis vertinti ir pelningumo galimybių patikimumą portfelis (Rutkauskas, 2000a, 2000b, 2001, 2003, 2006). Kartu pažymėtina, kad vidurkis – investicijų portfelio galimų pelningumų ar atsitiktinio dydžio reikšmių charakteristika, kuriai nėra akiavaizdus patikimumo lygmuo. Dažniausiai vidurkio patikimumas tampa žinomas tik žinant visą atsitiktinio dydžio tikimybės skirstinį.

Taigi skiriamasis adekvačiojo investavimo portfelio ir moderniojo portfelio atmainų brožas yra tas, kad čia jau „rizikos – pelningumo“ plokštumoje vietoje pelningumo vidurkio nagrinėjama portfelio pelningumo galimybių tikimybės skirstinys, arba adekvatusis portfelis – tai modernusis portfelis trimatėje (pelningumas – abscisė, rizika – ordinatė ir patikimumas – aplikatė) erdvėje.

## 2. Adekvačiojo portfelio anatomija

Minėta, kad investuotoją paprastai domina ne viena kuri, nors ir labai svarbi portfelio pelningumo galimybių savybė (charakteristika), o visos portfelio galimybių spektras. Kartu su portfelio galimybėmis investuotojui ne mažiau svarbu yra žinoti ir galimų rezultatų patikimumą. Reikia pripažinti, kad moderniojo portfelio teorijoje nei pati jo sudarymo metodika, nei praktinis panaudojimas nepakankamai orientuoti į visų portfelio galimybių ir jų patikimumo lygių nustatymą. Toks teiginys grindžiamas faktu, kad visa portfelioje esančių investicijų kompozicija analizuojama kaip atsitiktinis dydis. Be to, portfelį sudarančios investicijos dažnai matomos kaip simetriniai ar netgi normalieji tikimybių skirstiniai. Tokia prielaida palengvina portfelių analizę, tačiau, analizuojant įvairias investicijų galimybes, darytina išvada, kad prielaidos apie galimybių tikimybės skirstinių simetriškumą yra neleistinas tikrovės supaprastinimas.

Kadangi jau anksčiau kiekviena investicija, ir įeinanti į portfelį, buvo traktuota kaip atsitiktinis dydis, tai ir pats investicijų portfelis yra atsi-

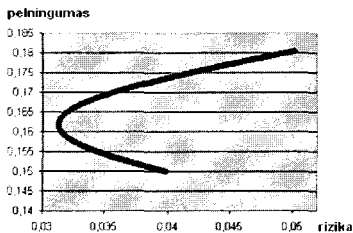
tiktinis dydis, kad ir kokia sudėtinga ar paprasta būtų pati portfelio kompozicija. Kompozicija yra suprantama kaip sąlygų, kurių laikantis yra sudaromas portfelis, visuma.

Kad taikant portfelio metodiką investicijų kompoziciją būtų galima nagrinėti kaip atsitiktinį dydį arba, kita vertus, kad atsitiktinio dydžio analizės metodika būtų visiškai pritaikyta portfelio analizei, visų pirma tikslinga panagrinėti, kaip atrodo visų galimų portfelių aibė, kai vietoje vidurkio imamas bet kuris investicijų kompoziciją nusakantis skirstinio kvantilis. Pagal įprastą atsitiktinių dydžių terminologiją skirstinio a lygmenis kvantiliu vadinamas toks taškas (galimybė)  $a$ , kad  $P\{\xi \geq a\} = p$ , arba  $P\{\xi < a\} = 1 - p$ . Savo ruožtu tikimybė  $P\{\xi \geq a\}$  suprantama kaip patikimumo arba garantijos rodiklis, kad galimybė bus ne mažesnė už  $a$ .

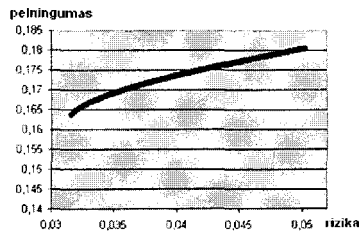
Jau nagrinėdami „standartinis nuokrypis – vidurkis“ portfelius įsitikinome, kad pagrindinė visos investuotojui ir portfelio vadybininkui reikalingos informacijos dalis sutelkta maksimaliosios ir efektyviosios kriterinės aibės linijose. Nagrinėjant „rizika – kvantilis“ dviejų aktyvų portfelių kriterines aibes, matoma, kad efektyvioji ir maksimalioji linijos yra tiesiog šių aibių dalis (žr. 2 pav. a sekcija) kaip ir moderniajame, t. y. „standartinis nuokrypis – vidurkis“, portfelyje. Todėl toliau

nagrinėdami adekvačiojo portfelio efektyviųjų ir maksimaliųjų kriterinių aibių zonų projekcijas „rizikos – pelningumų“ plokštumoje suprasime jas kaip visų „standartinis nuokrypis – kvantilis“ portfelių galimų reikšmių aibių efektyviųjų ir maksimaliųjų linijų visumas atitinkamai. Pati efektyvioji arba maksimalioji zona – tai paviršius trimatėje erdvėje, kur abscisėje yra portfelių galimų reikšmių rizikingumas, ordinatėje – efektyvumas (pelningumas), aplikatėje – patikimumas.

Minėtos kvantilių savybės ir efektyviosios zonos sudarymo principai leidžia pagrįstai kalbėti apie įvairių portfelio pelningumo galimybių patikimumą, taip pat „standartinio nuokrypio – vidurkio“ portfelio efektyviosios linijos reikšmių patikimumo nustatymą. Iš tikrųjų atskirų portfelių „standartinis nuokrypis – kvantilis“ efektyviųjų linijų tarpusavio išsidėstymas (2 pav. b sekcija) parodo, kad rizikai (vidutiniam standartiniam nuokrypiui ar variacijai) didėjant pastebimai keičiasi ir portfelio pelningumo galimybių tikimybių skirstinys. Tad jeigu sudarant adekvatų portfelį, kai nustatomos portfelio pelningumo galimybių ribos, kurios kinta keičiantis rizikai, galima išsiversti panaudojant tik „pelningumo – galimybių rizikos“ plokštumą, tai norint geometriškai atskleisti portfelio galimybių tikimybės skirstinių kaitą būtina pasitelkti ir trečiąjį matavimą – aplikatę (2 pav. c sekcija).

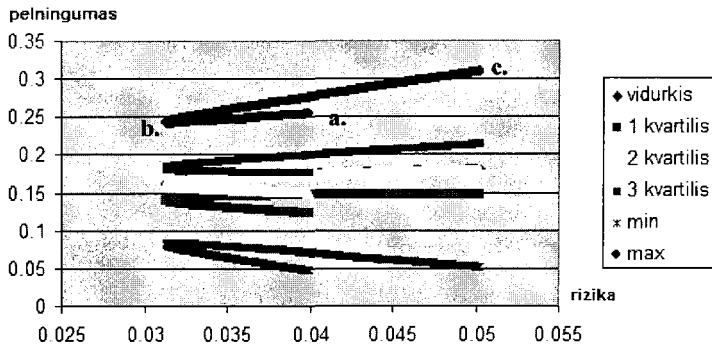


$a_1$ . Dviejų aktyvų –  $I_1(0,04; 0,15)$  ir  $I_2(0,05; 0,18)$

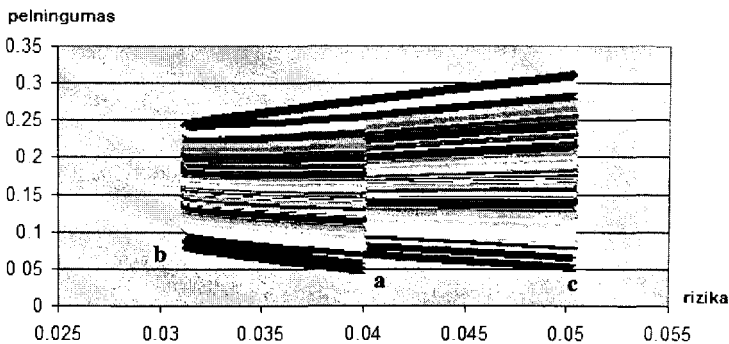


$a_2$ . Efektyvioji ir maksimalioji linijos

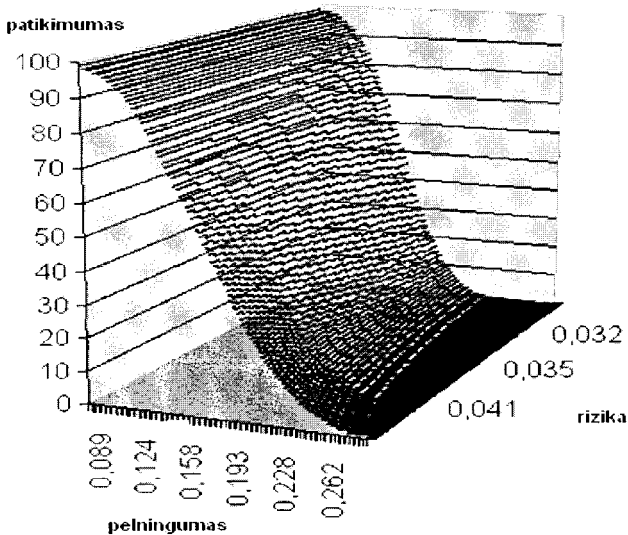
Markovitzo portfelių kriterinė aibė



b. Pelningumo „standartinis nuokrypis – kvartilai“ kriterinių aibių – abc, o kartu ir efektyviųjų linijų – bc „puokštė“



c. Efektyviosios zonos – bc ir visų kriterinių aibių – abc projekcija „rizikos – pelningumo“ plokštumoje



d. Erdvinis efektyviosios zonos vaizdas

2 pav. Adevakčiojo portfelio anatomija: a<sub>1</sub>) dviejų aktyvų A<sub>1</sub> (0,04; 0,15), A<sub>2</sub> (0,05; 0,18) „standartinis nuokrypis – vidurkis“ portfelių kriterinė aibė ir gaubiančioji linija (jos sutampa); a<sub>2</sub>) a<sub>1</sub> sekcijoje pavaizduotos kriterinės aibės maksimalioji ir efektyvioji linijos; b) portfelių „standartinis nuokrypis – kvantiliai“ kriterinės zonos projekcijos fragmentas – „standartinis nuokrypis – visi kvantiliai“; c) visa efektyviosios zonos projekcija galimybių – rizikos plokštumoje; d) efektyviosios zonos erdvinis vaizdas, čia abscisėje atidėta rizika, ordinatėje – pelningumo galimybės, aplikatėje – galimybių garantijos (patikimumai)

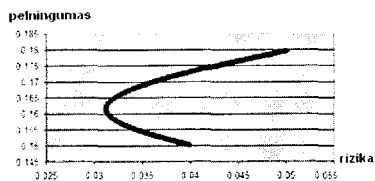
Erdvinis efektyviosios zonos vaizdas ypač pravartus norint suvokti atskirų investicijų skirstinių formų įtaką bendrai portfelio galimybių skirstinio formai, taip pat įsipareigojimų įtakai vertinti, formuojant integralųjį turto ir įsipareigojimų portfelį.

3 pav. pavaizduotas investicijų portfelis, kuris sudarytas iš tapačių pagal jų vidurkį ir dispersiją investicijų, kaip ir 2 paveiksle. Tik pačios investicijų galimybės čia paklūsta lognormaliesiems skirstiniams. Nors šiuo atveju lognormalieji skirstiniai

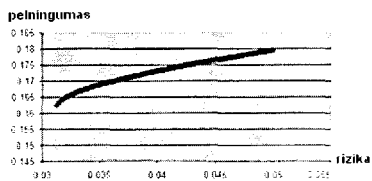
gana nedaug skiriasi nuo jų normaliųjų analogų, tačiau jau vizualiai galima įsitikinti, kaip ženkliai pakitę portfelio galimybių skirstiniai.

4 pav. yra pagalbinis visoje 1–6 pav. galerijoje, nes jis turėtų padėti geriau suprasti integraliojo aktyvų ir įsipareigojimų (pasyvų) portfelio sudarymo ir jo galimybių analizės procesą.

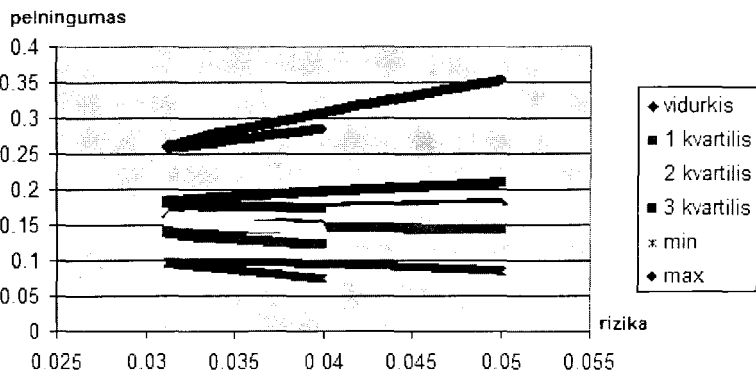
Kaip pasikeičia portfelio geometrija, kada investicijų portfelio galimybės tiriamos atsižvelgiant į skolinimosi (įsipareigojimų) formavimosi galimybes, matoma 5 pav.



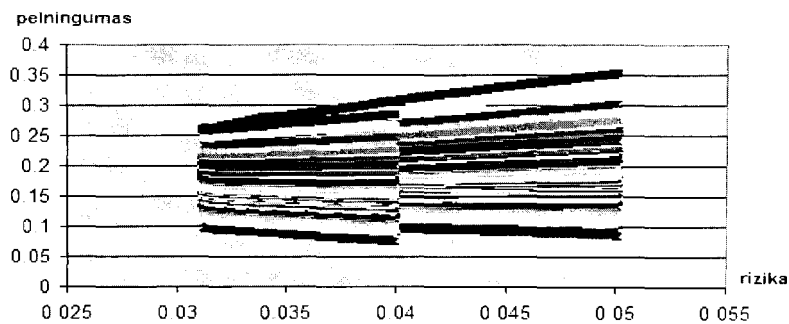
$a_1$



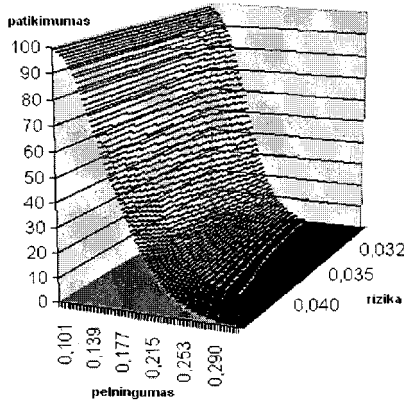
$a_2$



b

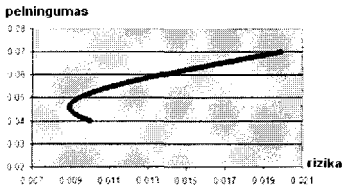


c

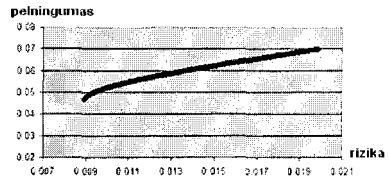


d

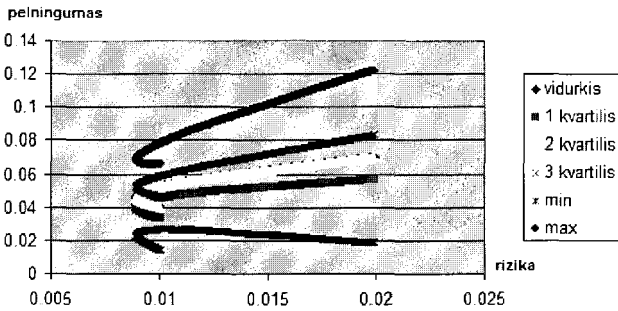
3 pav. Efektyviosios zonos anatomija, esant lognormaliesiems investicijų galimybių skirstiniams: čia a, b, c ir d sekcijų turinys visiškai atitinka 2 pav. atitinkamų sekcijų turinį



a<sub>1</sub>

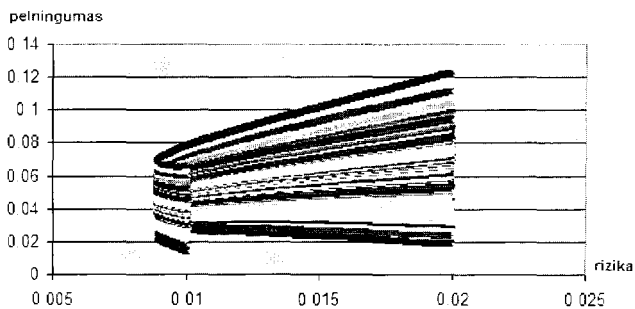


a<sub>2</sub>

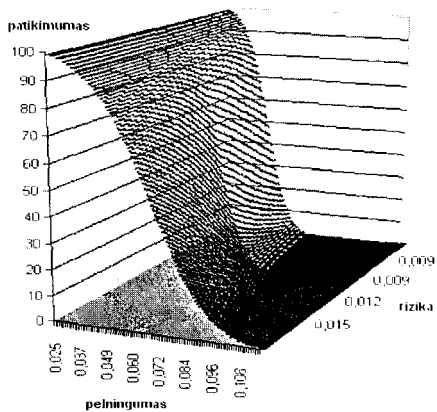


b





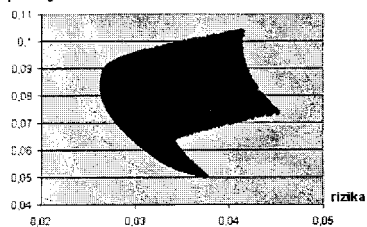
c



d

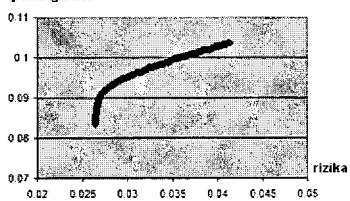
4 pav. Įsipareigojimų  $I_1(0,04; 0,08)$  ir  $I_2(0,05; 0,13)$  portfelio efektyviosios zonos anatomija: sekcijų a, b, c ir d turinys visiškai analogiškas atitinkamoms 2 pav. sekcijoms

peňningumas



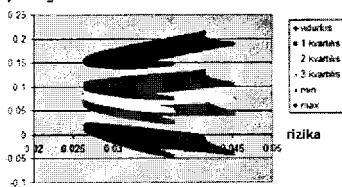
$a_1$

peňningumas



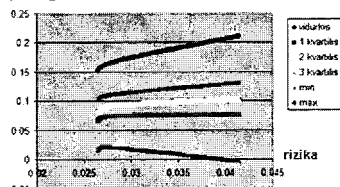
$a_2$

peňningumas



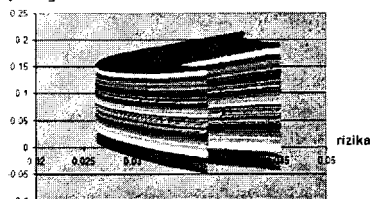
$b_1$

peňningumas



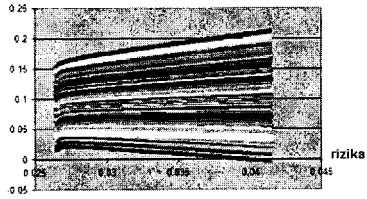
$b_2$

peňningumas

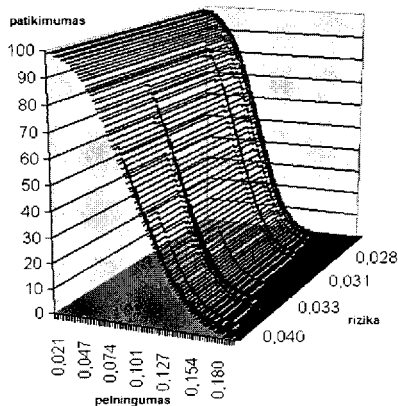


$c_1$

peňningumas

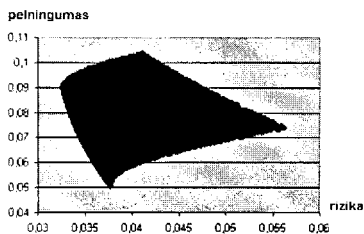


$c_2$

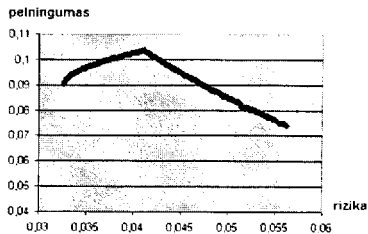


d

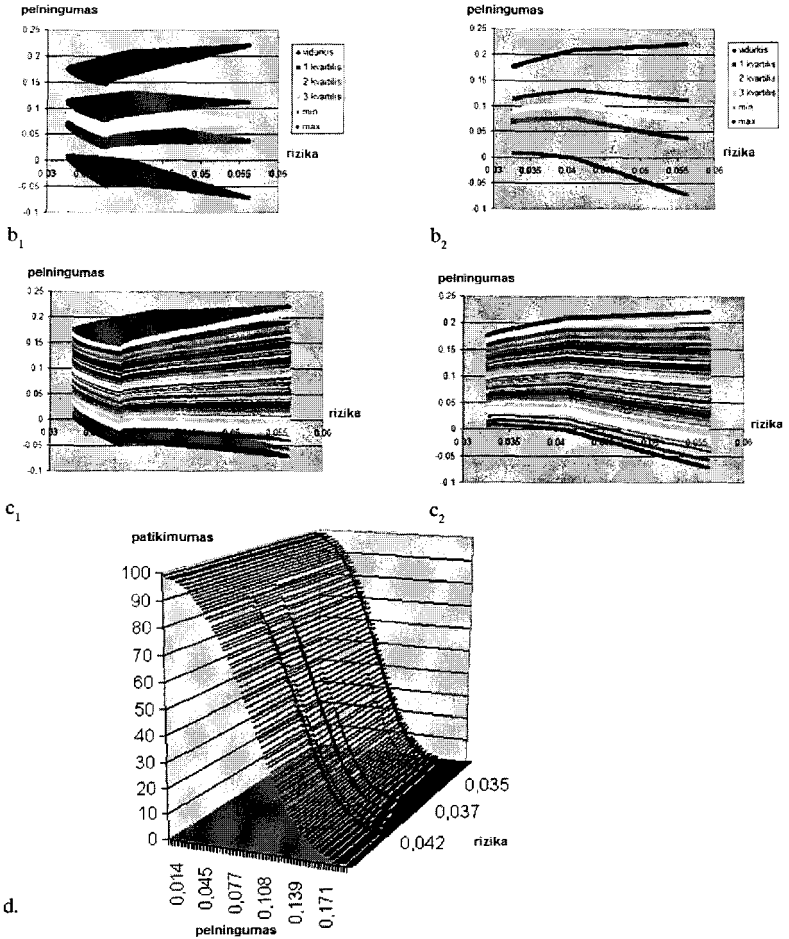
5 pav. Integraliojo turto ir įsipareigojimų portfelio susidarymo geometrinis vaizdas: a<sub>1</sub>-a<sub>1</sub>) integraliojo portfelio „standartinis nuokrypis – vidurkis“ kriterinė aibė ir efektyvioji linija; b<sub>1</sub>-b<sub>1</sub>) integraliojo portfelio „standartinis nuokrypis – kvartiliai“ kriterinės aibės ir efektyviosios linijos; c<sub>1</sub>-c<sub>1</sub>) integraliojo portfelio „standartinis nuokrypis – percentiliai“ kriterinės aibės ir efektyviosios linijos; d) integraliojo portfelio kriterinė aibės geometrinis vaizdas



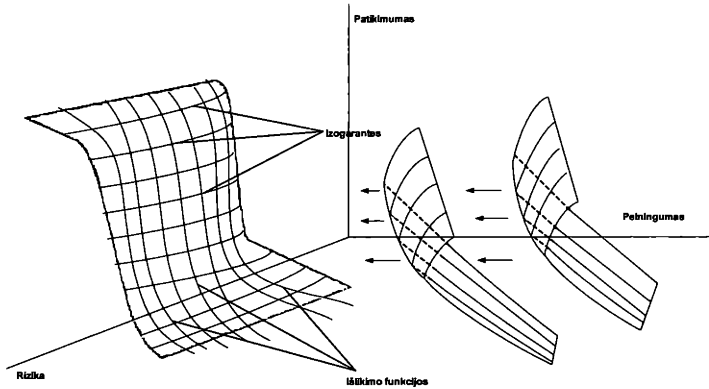
a<sub>1</sub>



a<sub>2</sub>



6 pav. Integralusis investicijų ir įsipareigojimų portfelis, kai aktyvų pelningumų koreliacijos koeficientas 0,25, tarp pirmo aktyvo pelningumų ir pirmo įsipareigojimo sąnaudų – 0,5, tarp antro aktyvo pelningumo ir antro įsipareigojimo sąnaudų – 0,75. a<sub>1</sub>–a<sub>2</sub>) standartinio nuokrypio – vidurkio portfelių kriterinė aibė ir efektyvioji linija; b<sub>1</sub>–b<sub>2</sub>) „standartinis nuokrypis – kvantiliai“ portfelių kriterinių aibių „puokštė“ ir efektyviosios zonos projekcijos rizikos fragmentas; c<sub>1</sub>–c<sub>2</sub>) pelningumo – visų portfelių „standartinis nuokrypis – percentilis“ kriterinių aibių puokštė“; d) efektyviosios zonos erdvinis vaizdas



7 pav. Efektyvioji zona kaip izogarančių ir išlikimo funkcijų pynė ir naudingumo funkcijų erdvinis vaizdas

Čia turime integraliojo portfelio, kuris sudaromas iš dviejų aktyvų –  $A_1(0,04; 0,15)$ ,  $A_2(0,05; 0,18)$  ir dviejų išpareigojimų –  $I_1(0,01; 0,04)$  ir  $I_2(0,02; 0,07)$ , kai yra tariama, kad iš kiekvieno vieneto pasiskolintos sumos 0,8 yra investuojama į pasirinktus aktyvus. Iš integraliojo portfelio kriterinės aibės grafinio vaizdo nesunku susivokti, kaip susidaro ši aibė, turint aktyvų ir išpareigojimų kriterinių aibių grafinius vaizdus.

Ne mažiau negu į aktyvų galimybių skirstinių formų pasikeitimą kriterinės aibės forma reaguoja į aktyvų ir pasyvų priklausomybės atsiradimą. 6 pav. turime 5 pav. nagrinėto integraliojo portfelio grafinius vaizdus, kai aktyvų ir pasyvų koreliacijos koeficientai yra tokie:  $c(A_1, A_2) = 0,25$ ,  $c(A_1, I_1) = 0,5$ ,  $c(A_2, I_2) = 0,75$ . Tiesa, čia jau sudėtingiau negu 2 pav. ir 3 pav. sugretinimo atveju įvertinti kokybiškai kiekvieno skirtumo priežastis.

Dabar galima papildyti arba konkretinti efektyviosios (kartu ir maksimaliosios) zonos sampratą. Kai yra visų „rizika – pelningumo galimy-

bių kvantilis“ portfelių kriterinių aibių efektyviosios linijos ir statmenai pakėlę jas į atitinkamo kvantilio lygmenį  $p_a = P\{\xi \geq a\}$ , turėsime efektyviosios zonos grafinį vaizdą trimatėje erdvėje, o atitinkamos linijos taps izogarančiomis, t. y. linijomis, turinčiomis tą pačią išlikimo funkcijos reikšmę, keičiantis tiek pelningumo, tiek rizikos reikšmėms. Taigi efektyvioji zona yra savita izogarančių ir išlikimo funkcijų kiekvienu rizikos lygmeniu pynė (žr. 7 pav.). Kartu čia pateikiamas trimatnio naudingumo funkcijos modelio geometrinis vaizdas.

Nagrinėjant situacijas 2–7 pav., buvo naudotasi imitacinėmis technologijomis, leidžiančiomis gauti grafinius nagrinėjamų procesų būsenų vaizdus. Suprantama, kad imitacinės technologijos negali duoti skirtingų rezultatų, negu jie būtų gauti naudojant analitinius matematinus modelius. Toliau esančiuose skyriuose dažnai bus naudojami ir matematiniai metodai, ir imitacinis modeliavimas, siekiant palengvinti ir pagreitinti teikiamų žinių suvokimą, o kartu parodyti imitacinio modeliavimą

mo galimybes, surasti pakankamo tikslumo artutinius sprendinius. Plačiau apie čia taikomas imitacines technologijas kitame skirsnyje.

## **2. Imitacinės technologijos ir investavimo sprendimų valdymas**

### *2.1. Investicinio portfelio valdymas kaip stochastinio programavimo uždavinių objektas*

Nagrinėdami investavimo sąvokas ir priemones, būdus ir kriterijus, investavimo sprendimų paiešką ir sprendinių efektyvumo matavimą įsiti-kinome, kad ta aplinkybė, jog investavimas dėl savo tikslų ir rezultatų yra siejamas su būsimu laiku, determinuotas, o tuo labiau vienareikšmis ateities galimybių traktavimas nėra adekvatus terpė visavertiškai panaudoti šias kategorijas. Adekvačiam ateities įvykių ar procesų galimybių aprašymui reikia išsamiai nusakyti tų galimybių spektrą ir jų garantijas.

Taikant tikimybių teorijos ir matematinės statistikos žinias ir metodus, kurie yra pakankamai išsamūs ir kuriais vadovaujantis visapusiškai atsižvelgiama į paminėtus investavimo sprendimų valdymo iššūkius, galima koncepciškai adekvačiai suformuluoti investavimo tikslus, kriterijus, prielaidas ir ribojimus. Kartu šios žinios ir metodai yra pagrindas rasti sprendimų arba tiesiog sprendimo metodams kurti ir geriausiems, vartojamiesiems tikimybių teorijoje suformuluotoms sprendinių palyginimo sąvokomis, atrinkti.

Kadaangi investavimo priemonės, jas nagrinėnant kaip šiandienos išlaidų transformatorius į būsimos naudos galimybių spektrą, galima traktuoti kaip stochastinius operatorius arba tiesiog atsitiktinius procesus ir dydžius, tai investavimo strategijų, kaip priemonių ir veiksmų, leidžiančių paieškoti keliamus investicijai tikslus, visuma yra stochastinio programavimo uždaviniai, kurių korek-

tiškos formuluotės ir sprendimo būdai bei metodai buvo sukurti tikimybių teorijos mokslo, atsižvelgiant į visas šios žinių sistemos aksiomas, kanonus ir kt. Dėl to atsiranda tam tikras investavimo teorijos ir praktikos nesuderinamumas, kai bandoma savas problemas spręsti pasitelkiant stochastinio programavimo metodus ir taikant tokias griežtas prielaidas, kurios reikalingos korektiškai suformuluoti stochastinio programavimo problemas ir sukurti jų sprendimo metodus. Labai dažna situacija, kai griežtai suformuluota investavimo problema kaip stochastinio programavimo uždavinys pasirodys turinti tuščią galimybių sprendinių aibę.

Be to, investavimo problemos, kaip skaitinės-funkcinės struktūros, yra labai didelės pagal savo tikslų gausą, investavimo priemonių savybes, apribojimų konfigūracijas ir jų gausą. Todėl klasikiniai stochastinių uždavinių sprendimo metodai retai kada gali visavertiškai padėti spręsti investavimo problemas. Dažniausiai tenka pasinaudoti artutiniaisiais (plačiaja šio žodžio reikšme) metodais. Taip atsiranda nauja problema – artutiniai metodai dažnai nėra suderinti keliamų kriterijų ir sprendinių paieškos logikos požiūriu. Taigi gali nutikti, kad investuotojas ieško vienokio sprendinio, o metodas ar sistema jam „pasiūlo“ kitokį. Beje, taip nutinka visada, kai projektuojama vienintelė perspektyva. Kai pagal vertinimus numatoma, kad kitais metais įmonės pelningumas bus 6,7 proc., žinotina, kad taip nebus. Tās skaičius turėtų būti pakomentuotas kaip labiausiai tikėtinas, vidutinis, didžiausias ar pan.

Bendrą t-ųjų metų investavimo valdymo regione ar valstybėje problemą galima suprasti kaip t-ųjų metų investicijų ateityje generuotinių naudingumų dabartinių reikšmių (verčių) visiems investuotojams maksimizavimą, kai pasinaudojama *a priori* žinoma informacija apie objektyviai besiklostantį tam tikras investicijų į verslą ir finansinių investicijų proporcijas. Neabejotina, kad šios

1 lentelė. t-ųjų metų investicijų generuotų naudingumų ( $t, t+T$ ) laikotarpiu dabartinės reikšmės

Investuotojai	Kolektyviniai ir individualūs investuotojai					
	$I_1$	$I_2$	$I_3$	...	$I_n$	Iš viso
$A_1$	$\sum_{\tau=1}^T U_{1,1}^{p,\tau}$	$\sum_{\tau=1}^T U_{2,1}^{p,\tau}$	...	...	$\sum_{\tau=1}^T U_{n,1}^{p,\tau}$	$U_{\cdot,1} = \sum_{i=1}^n \sum_{\tau=1}^T U_{i,1}^{p,\tau}$
$A_2$	$\sum_{\tau=1}^T U_{1,2}^{p,\tau}$	$\sum_{\tau=1}^T U_{2,2}^{p,\tau}$	...	...	$\sum_{\tau=1}^T U_{n,2}^{p,\tau}$	$U_{\cdot,2} = \sum_{i=1}^n \sum_{\tau=1}^T U_{i,2}^{p,\tau}$
$A_3$			...	...		
			...	...		
$A_m$	$\sum_{\tau=1}^T U_{1,m}^{p,\tau}$	$\sum_{\tau=1}^T U_{2,m}^{p,\tau}$	...	...	$\sum_{\tau=1}^T U_{n,m}^{p,\tau}$	$U_{\cdot,m} = \sum_{i=1}^n \sum_{\tau=1}^T U_{i,m}^{p,\tau}$
Iš viso	$U_{1,\cdot}^p = \sum_{j=1}^m \sum_{\tau=1}^T U_{1,j}^{p,\tau}$	$U_{2,\cdot}^p = \sum_{j=1}^m \sum_{\tau=1}^T U_{2,j}^{p,\tau}$	...	...	$U_{n,\cdot}^p = \sum_{j=1}^m \sum_{\tau=1}^T U_{n,j}^{p,\tau}$	

problemos analitinis formalizavimas, įtraukiant visus investuotojus ir visas priemones, būtų praktiškai neįmanomas dėl veiksmų ir priklausomybių gausos ir jų sudėtingumo, nagrinėjant pačių investicijų ir investicijų generuotų pinigų srautus. Neabejotina, kad tokios problemos ne tik sprendimas, bet ir pats formulavimas turėtų būti suprantamas kaip nuoseklus priartėjimas prie adekvataus problemos formulavimo ir sprendimo priemonių sistemos parinkimo.

Todėl toliau nagrinėjama daugelyje regionų ir šalių kai kurių investuotojų permanentiškai gyvdenama problema – kaip kiekvienas investuotojas turėtų paskirstyti turimus investicinius išteklius naudojamoms finansavimo priemonėms, siekdamas maksimizuoti t-ųjų metų investicijų generuotą naudą ateityje.

Formaliai analitiškai uždavinį būtų galima formuluoti taip:

maksimizuoti visų investuotojų naudingumų dabartinių reikšmių sumą

$U^p = U_{1,\cdot}^p + U_{2,\cdot}^p + \dots + U_{n,\cdot}^p$  (žr. 1 lentelę), kai šiuos naudingumus generuojančios investicijos yra  $F_{i,j}^t$  (žr. 2 lentelę);

$$\text{čia } u_{i,\cdot}^p = \sum_{j=1}^m \sum_{\tau=1}^T u_{i,j}^{p,\tau}$$

Čia  $u_{i,j}^{p,\tau}$  – naudingumo, sukuriama j-sios priemonės i-ajam investuotojui  $t + \tau$  metais, dabartinė (t-ųjų) metų reikšmė (žr. 3 lentelę).

*Pastaba.* Natūraliai tokio tipo uždaviniuose dar nurodoma investicijų bendrų apimčių apribojimai. Tačiau šiuo atveju nagrinėjamos investicijos nėra vienuarūšės. Be to, kiekvienas investuotojas sprendžia šią problemą, atsižvelgdamas į savo individualias galimybes, savybes ir poreikius.

$U_{i,j}^{p,\tau}$ , kaip jau buvo minėta, yra i-ojo investuotojo t-ais metais investuotų į j-ąjį aktyvą lėšų

2 lentelė. *t*-ųjų metų investavimo matrica

Investuotojai		Kolektyviniai, individualūs ir kiti investuotojai				
Investavimo priemonės		I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>		I <sub>n</sub>
Tiesioginės verslo investicijos	A <sub>1</sub>	$F'_{11}$	$F'_{21}$	$F'_{31}$		$F'_{n1}$
	A <sub>2</sub>	$F'_{12}$	$F'_{22}$	$F'_{32}$		$F'_{n2}$
Finansinės investicijos	A <sub>3</sub>	$F'_{13}$	$F'_{23}$	$F'_{33}$		$F'_{n3}$
Kitos investicijos	A <sub>m</sub>	$F'_{1m}$	$F'_{2m}$	$F'_{3m}$		$F'_{nm}$
Iš viso		$F'_1 = \sum_{j=1}^m F'_{1j}$	$F'_2 = \sum_{j=1}^m F'_{2j}$	$F'_3 = \sum_{j=1}^m F'_{3j}$		$F'_n = \sum_{j=1}^m F'_{nj}$

3 lentelė. *t*-ųjų metų investicijų generuotų naudingumų  $t + \tau$  ( $\tau = 1, 2, \dots, T$ ) metais dabartinės reikšmės

Investuotojai	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>		I <sub>n</sub>	Iš viso tai investicijai
Investavimo priemonės						
A <sub>1</sub>	$U_{1,1}^{p,\tau}$	$U_{2,1}^{p,\tau}$			$U_{n,1}^{p,\tau}$	$U_{\cdot,1}^{p,\tau} = \sum_{\tau=1}^n U_{i,1}^{p,\tau}$
A <sub>2</sub>	$U_{1,2}^{p,\tau}$	$U_{2,2}^{p,\tau}$			$U_{n,2}^{p,\tau}$	$U_{\cdot,2}^{p,\tau} = \sum_{\tau=1}^n U_{i,2}^{p,\tau}$
A <sub>3</sub>						
			...			
A <sub>m</sub>	$U_{1,m}^{p,\tau}$	$U_{2,m}^{p,\tau}$			$U_{n,m}^{p,\tau}$	$U_{\cdot,m}^{p,\tau} = \sum_{\tau=1}^n U_{i,m}^{p,\tau}$
Iš viso konkrečiam investuotojui	$U_{1,\cdot}^{p,\tau} = \sum_{j=1}^m U_{1,j}^{p,\tau}$	$U_{2,\cdot}^{p,\tau} = \sum_{j=1}^m U_{2,j}^{p,\tau}$			$U_{n,\cdot}^{p,\tau} = \sum_{j=1}^m U_{n,j}^{p,\tau}$	



–  $F'_{i,j}$  generuotino  $t + \tau$  metais naudingumo (pačiam investuotojui) dabartinė (tuometė – t-ųjų metų) reikšmė (Žr. 3 lentelę). Neabejotina, kad ši dabartinė reikšmė, kuri yra paminėto generuotino naudingumo reikšmių funkcija, taip pat tų reikšmių patikimumo ir rizikingumo bei ( $t, t + \tau$ ) laikotarpio diskonto normos, kuri neabejotinai turi būti priimta kaip atsitiktinis dydis, funkcija.

Taigi suformuotos investavimo problemos sprendimas ir investavimo strategijos parinkimas yra stochastinio programavimo uždavinys, kurio tiek ieškomi kintamieji, tiek turimi apribojimai ir kintamųjų ryšiai, kaip ir pats uždavinio kriterijus, yra stochastiniai.

Tai verčia supaprastinti bendrąją investavimo problemą, siekiant išlaikyti adekvatus pirminiams bendrojo uždavinio tikslams ir apribojimams.

## 2.2. Populiacijos, arba generalinės aibės, imtis – tobulas pačios populiacijos modelis ir konstruktyvi jo tyrimo priemonė

Tai, kad tam tikras populiacijos savybes arba jone vykstančių procesų priežastis galima iširti nagrinėjant tik tos populiacijos dažnai visai nežymią dalį, buvo suvokta jau gilioje senovėje. Tačiau imčių teorija sparčiausiai plėtojosi, visiškai išlaikydama teorinių žinių statusą kaip matematinės statistikos dalis. Imties principu vyksta visumos pažinimas praktiškai visose materijos būsenos ir žmogaus veiklos srityse. Pagal imtis nustatyti dėsningumai ir perkelti visumai dažnai galioja absoliučiai tokiu pat tikslumu kaip imtyje. Tiesa, minėtas tikslumas priklauso nuo imties dydžio, tačiau daugeliu atvejų jis sparčiai didėja, kai auga imties dydis.

Natūralus būdas formuoti imtį, gerai reprezentuojančią visumos savybes, yra tam tikros visumos dalies išskyrimas. Suprantama, kad ne bet

kaip atskirta visumos dalis turės tokias pačias savybes arba toki patį požymį kaip populiacija arba generalinė aibė. Imčių teorijoje, taigi ir matematinėje statistikoje, labai daug dėmesio yra skiriama reprezentatyviai imčiai sudaryti tiek adresacijos turinio požiūriu, tiek imties dydžio atžvilgiu.

Tiesa, imties dydis, būtinas tiksliai išmatuoti generalinės aibės savybes arba požymius, nėra didelis, kai kalbama apie lokalių savybių identifikavimą. Tačiau imties dydžiai staigiai auga, kai pagal imtis nustatomos bendros generalinės aibės savybės arba skirtingų generalinių aibių sąveika ir pan. Tada imties dydis gali išaugti tiek, kad natūraliai formuoti imtį tampa netikslinga arba visai neįmanoma.

Taip susidariusi imties reprezentatyvumo ir jos apimties pakankamumo problema yra sprendžiama pasitelkiant vadinamąjį imitacinį modeliavimą. Pagrindinė idėja čia yra ta, kad tenka sudaryti imitacinius modelius, galinčius generuoti generalinės aibės poabių analogus, kurie reprezentatyviai atstovauja generalinės aibės tam tikroms savybėms ir savo apimtimi yra pakankami, kad būtų galima nagrinėti sudėtingus generalinės aibės požymius.

Problemos sudėtingumą ir netgi sprendimo būdus mums galėtų priminti mokyklinės geometrijos pavyzdžiai, kada atidėjus tolygiai išsidėsčiusius taškus kiekvienoje iš plokštumos koordinatinių – abscisėje ir ordinatėje – ir apskaičius paviršiaus, kurio analitinė forma yra žinoma, reikšmes aplikatėje pagal visas galimas abscisės ir ordinatės reikšmių poras, niekaip negalėdavome atpažinti paviršiaus, nors tų porų, t. y. paviršiaus taškų, skaičius būdavo didelis.

Nagrinėjant sudėtingas sistemas, dažnai atskirų jų posistemiai ar netgi posistemų dalys būna nevienarūšės. Tas nevienarūšiskumas gali turėti labai skirtingą prigimtį. Vienu atveju posistemų elementai ir jų funkcijos gali būti traktuojami

kaip tolydieji kintamieji, kitų – kaip griežtai diskretūs; antru atveju – viename posistemyje gali būti duomenų perteklius, kai galima naudoti tik reprezentatyvią imtį, kitame – duomenų stygius, kai turimus duomenis reikia papildyti teoriškai vienarišiais, palyginti su turimais, ir t. t. ir pan. Dažnai toks posistemų nevienarišiskumas trikdavo visos sistemos analizės ir valdymo operacijas. Dėl to kyla tam tikrų posistemų arba ir visos sistemos analogo parinkimo ar sudarymo problema, kai paskiriems posistemiams tenka parinkti analogus, turinčius visas būdingas originaliems posistemiams sąlygas, funkcijas, sąveikas, kriterijus, apribojimus ir kt., ir, suprantama, dar naują pageidaujamą požymį – diskretiškumą, duomenų pakankamumą ar pan.

Posistemų ar visos sistemos analogo parinkimas arba sudarymas yra sudėtinga ir skirtingais atvejais skirtingais būdais ir metodais sprendžiama problema. Kaip labai populiarias ir konstruktyvias analogų sudarymo priemones galima pateikti šiuos du būdus:

- reprezentatyvios generalinės aibės imties atrinkimas (sudarymas);  
sistemos (posistemų) matematinių modelių sudarymas.

Pirmajam būdai – reprezentatyviai generalinės aibės imčiai sudaryti buvo jau pakankamai dėmesio skirta matematinės statistikos vadovėliuose ar metodiniuose darbuose. Reikia sutikti, kad generalinės aibės reprezentatyviai imčiai parinkti ir tos imties savybėms nagrinėti daug dėmesio skirta įvairiose žinių srityse. Savo ruožtu antrasis analogo parinkimo ar sudarymo būdas – sistemos matematinio modelio sudarymas kiekvienam skaitytojui yra gerai pažįstamas iš įvairiausių pažinimo sričių. Tiesa, matematinių modelių su iš anksto užkoduotomis modeliuojamos sistemos savybėmis sukūrimas yra pakankamai sudėtingas ir dažnai iš anksto reikia gilių teorinių žinių. Be to, šiandien matematinis mo-

delis išlieka konstruktyvia analizės ir sprendimų priėmimo priemone tik tada, jei jam konkretinti gali būti panaudotos duomenų ir informacinės sistemos, o jam spręsti pasitelkiamos kompiuterių galimybės ir galios.

Neabejotina, kad šie analogų sudarymo metodai skiriasi, nors jų tikslas yra tas pats – sukurti sistemos analogą, kuris leistų išvengti kliuvinių nagrinėti ir valdyti originalią sistemą. Toliau panagrinėsime atvejį, kai analogui sudaryti vienodai svarbu pasinaudoti ir imties parinkimo, ir matematinių modelių sistemos sudarymo metodais.

### *2.3. Imitacinis investavimo proceso valdymo modelis kaip imties ir matematinių modelių sistemos metodų sintezė*

Toliau kaip *imitacinis modelis nagrinėjama sistemos arba generalinės aibės reprezentatyvios imties matematinių modelių sistema*, adekvačiai atspindinti visas imties, kaip bendrosios sistemos dalies, savybes, funkcijas, sąveikas, kriterijus ir ribojimus, ir leidžianti įgyvendinti bendrosios (generalinės) sistemos analizės ir valdymo tikslus. Šiuo metu bene aktualiausia problemų sprendimo pasitelkiant imitacinį modeliavimą yra didelės apimties ir labai sudėtingų stochastinio modeliavimo uždavinių norimo tikslumo ar tutinių sprendimų paieška, generalinių aibių, turinčių determinuotų ir stochastinių poaibių arba tolydžių ir diskrečiųjų poaibių, kiekybiniai tyrimai.

Kaip tik tokia situacija yra susiklosčiusi sprendžiant bendrąją investavimo t-metais valdymo, siekiant maksimuoti investicijų, sukurtinų ( $t, t + T$ ) metais, naudingumą dabartines vertes, problemą. Šios problemos, kaip stochastinio programavimo uždavinio, formuluotė gali būti pateikta taip:

Tarkime, yra rinkinys investavimo priemonių

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_m, \quad (1)$$

kurių galimybės t-ųjų metų investicijas transformuoti į sukurtinų ateityje pajamų dabartines (t-iesiems metams) vertes galima pateikti kaip stochastinius operatorius arba tiesiog atsitiktinių dydžių tikimybės skirstinius:

$$D_j(\theta \times \alpha_1^j, \alpha_2^j, \dots, \alpha_p^j), \quad (2)$$

čia  $\alpha_s^j$  ( $j = 1, 2, \dots, m; s = 1, 2, \dots, p$ ) yra skirstinių parametrai;

$$C = (c_{i,k}) \quad (3)$$

- tų dydžių statistinių priklausomybių matricą

čia  $c_{i,k}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, m$ ) yra  $A_i$  ir  $A_k$  koreliacijos koeficientas investavimo priemonių generuotinių naudingumų j-ajam investuotojui dabartinių verčių

$$U_{i,j}^p = \sum_{\tau=1}^T U_{i,j}^{p,\tau}, \quad (4)$$

čia  $U_{i,j}^{p,\tau}$  – t-ųjų metų i-osios investavimo priemonės generuotino naudingumo j-ajam investuotojui t + t metais dabartinė vertė.

Reikia rasti tokį investavimo struktūrų t-aisiais metais vektorių

$$\omega_{i,1}^t, \omega_{i,2}^t, \dots, \omega_{i,m}^t \quad (5)$$

kiekvienam investuotojui i, kuris maksimizuoja t-ųjų metų investicijos generuotinę naudingumą dabartinę vertę  $U^p$ :

$$U^p = \sum_{i=1}^n U_{i,\cdot}^p = U_{1,\cdot}^p + U_{2,\cdot}^p + \dots + U_{n,\cdot}^p \quad (6)$$

čia  $p$  – sukurtinų naudingumų diskontas.

Glauštai schemiškai t-ųjų metų investavimo strategijos (investavimo struktūros) parinkimas kiekvienam investuotojui, siekiant maksimizuoti t-ųjų metų investicijos generuotinę naudingumą ( $t, t + T$ ) laikotarpiu, pateikiamas 4 lentelėje.

Neabejotina, kad esant dideliams investavimo priemonių skaičiumi ir daugeliui investuotojų naudojant nemažą investavimo priemonių kiekį kartu (portfelinės investicijos) (1)–(6) uždavinys yra praktiškai labai sunkiai sprendžiamas dėl techninių (analitinių) aplinkybių. Savo ruožtu šis uždavinys galėtų būti sprendžiamas realiu laiku ir norimu tikslumu skaitiniais metodais, jeigu tik (2) būtų pateikti kaip diskretieji skirstiniai, o priklausomybės (3) ir (4) būtų apibrėžtos taip, kad galėtų būti skaičiuojamos kaip diskrečiųjų skirstinių funkcijos. Taigi pagrindinės problemos, kurių čia liktų, būtų tokios:

- kokia logika remiantis reikėtų parinkti (2) skirstinių diskrečiuosius analogus, jeigu originalūs skirstiniai yra tolydieji?
- koks turėtų būti (2) skirstinių diskrečiųjų analogų galimybių taškų skaičius, kad nė vienas iš (3)–(6) rodiklių ar priklausomybių neprarastų savo tikslumo ir reprezentatyvumo?
- kokiu būdu reikėtų vykdyti (2) skirstinių galimybių papildymą, jeigu pradiniai skirstiniai yra diskretieji ir turimų galimybių kiekis yra nepakankamas, kad adekvačiai ir pakankamai tiksliai būtų galima nustatyti (3)–(6) rodiklius ir priklausomybes?

Neabejotina, diskretiesiems analogams formuoti turi būti laikomasi reprezentatyvios imties visai sistemai sudarymo principų, t. y. sudaryta imtis ar gautas išplėtimas turi reprezentatyviai ir pakankamai tiksliai atspindėti visas (1)–(6) priklausomybes. Savo ruožtu norint panaudoti (1) imtis arba išplėtimus reikia naudoti imitacinius modelius, kurie iš esmės skirti išsaugoti visas pagrindines modeliuojamo objekto savybes.

Kaip buvo nuosekliai taikomos reprezentatyvios imties ir imitacinio modeliavimo idėjos, pademonstruosime adekvačiojo investavimo portfelio pavyzdžiu. Adekvačiojo portfelio idėjai įgyvendinti reikia šių pradžios ir generuojamų duomenų:

- reikia turėti investavimo priemonių arba investicinių aktyvų galimybių tikimybės skirstinių reprezentatyvius analogus (žr. 8 pav.). Reprezentatyvus analogas čia ir toliau tokia imtis, kuri ne tik leidžia išsaugoti visas originaliųjų skirstinių savybes, bet ir gauti reikiamo tikslumo ir reprezentatyvų nagrinėtinų šių skirstinių funkcijų aprašymą.

reikia turėti visų galimų „variacija (standartinis nuokrypis) – skirstinio kvantilis“ portfelių aibę (žr. 9 pav.)

reikia turėti efektyviosios zonos reprezentatyvų analogą (žr. 10 pav.).

reikia turėti adekvačiojo portfelio galimybių paviršiaus ir trimatės (pelningumas, patikimumas, rizika) naudingumo funkcijos reprezentatyvius analogus (žr. 11 pav.).

Iš pateikto adekvataus portfelio sudarymo ir panaudojimo pavyzdžio fragmentų dar labiau išryškėja reprezentatyvios imties sudarymo problema. Tiesioginis reprezentatyvios imties arba reprezentatyviojo analogo išrinkimas gali būti labai sudėtinga ir brangiai kainuojančia, o svarbiausia – ne visada garantuojančia reprezentatyvumą, procedūra. Tai akivaizdžiai atsiskleidžia sukuriant ir praktiškai panaudojant adekvatų investavimo portfelį.

Patikimiausias kelias, sudarant adekvačiojo portfelio veiksmų ir priklausomybių sistemos reprezentatyvių analogą, tapo imitacinių modelių sistema, kurios esmė sudaro visas paminėtų tolydžiųjų priklausomybių pakeitimas diskrečiais kintamaisiais, apribojimais ir priklausomybėmis. Ir tai buvo daroma, laikantis visų matematinės statistikos kanonų, susietų su reprezentatyviosios imties sudarymu. 11 pav. gautas realių skaičių ir apribojimų pagrindų. Kontroliniai daugybės elementų patikrinimai tiesioginiais analitiniais skaičiavimais parodė pakankamą imitacinių technologijų tikslumą.

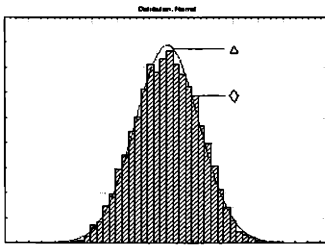
## Išvados

1. Neabejotina, kad investicijos grąžos galimybės turėtų būti apibendrinamos bent trimis parametrais: galimų pelningumų aibe, pelningumo aibės rizikingumu ir kiekvienos galimybės patikimumu. Straipsnyje pasiūlytas adekvatus investavimo sprendimų valdymo portfelis leidžia suformuoti portfelius, duodančius geriausias investuotojui pelningumo, rizikos ir patikimumo kompozicijas.

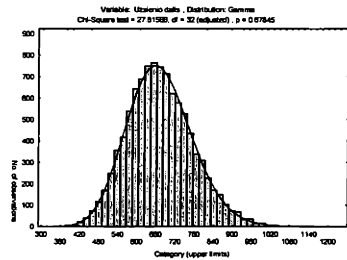
2. Adekvačiam investavimo portfeliui sudaryti ir valdyti reikia sugebėti spręsti sudėtingas stochastines programavimo problemas. Straipsnyje aptarta autoriaus sukurta imitacinių technologijų metodika, leidžianti išspręsti labai sudėtingus ir dideles apimtis stochastinio programavimo uždavinius reikiamu tikslumu.

4 lentelė.  $t$ -ųjų metų investicijų ( $t, t + T$ ) laikotarpiu sukurtinų naudingumų dabartinių reikšmių maksimumas pasirenkant tinkamiausius  $\omega_j^t$

Sukurti naudingumai investuotiems		$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_n$	
$A_1^t$		$\sum_{r=1}^T U_{1,1}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{2,1}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{3,1}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{n,1}^{p,r}(\omega)$	
$A_2^t$	$\omega_2^t$	$\sum_{r=1}^T U_{1,2}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{2,2}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{3,2}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{n,2}^{p,r}(\omega)$	
$A_m^t$		$\sum_{r=1}^T U_{1,m}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{2,m}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{3,m}^{p,r}(\omega)$	$\sum_{r=1}^T U_{n,m}^{p,r}(\omega)$	
Iš viso	1	$U_{1..}^p$	$U_{2..}^p$	$U_{3..}^p$	...	$U_{n..}^p$
						$\sum_{r=1}^T U_{r..}^p(\omega) \Rightarrow \max$

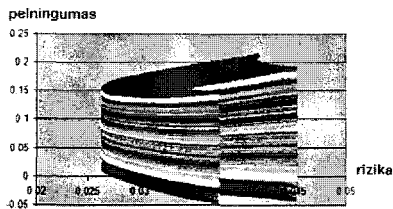
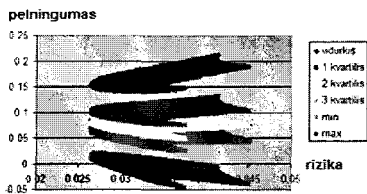


a.  $\Delta$  – originalusis skirstinys,  $\diamond$  – diskretusis analogas



b. Įvertinus diskrečiajam analogui parinkti reikalingus imties mastus

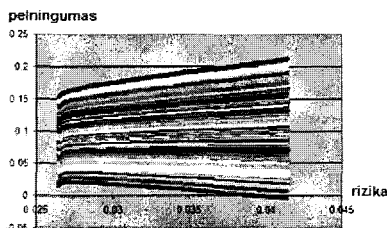
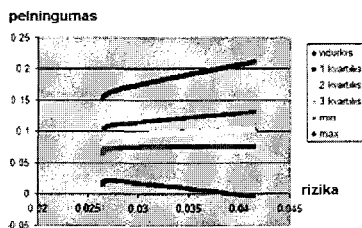
8 pav. Reprezentatyvaus tikimybės skirstinio analogo parinkimo pavyzdys: a) kartu originalusis skirstinys ir analogas, b) analogas, įvertinant imties mastą



a. „Standartinis nuokrypis – kvartiliai“ portfelių „puokštė“

b. „Standartinis nuokrypis – kvartiliai“ portfelių „puokštė“

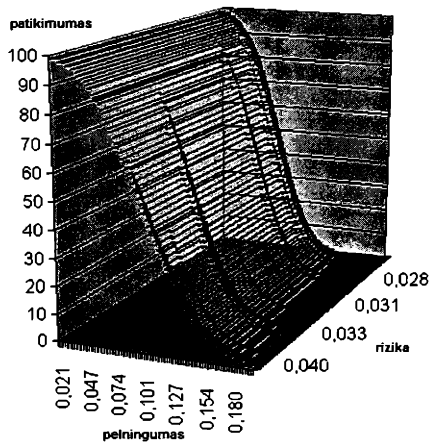
9 pav. Visų galimų „variacija (standartinis nuokrypis) – skirstinio kvantilis“ portfelių kriterinių aibių fragmentai: a. „standartinis nuokrypis – visi kvartiliai“ portfelių kriterinių aibių puokštė, b. „standartinis nuokrypis – visi percentiliai“ portfelių kriterinių aibių „puokštė“



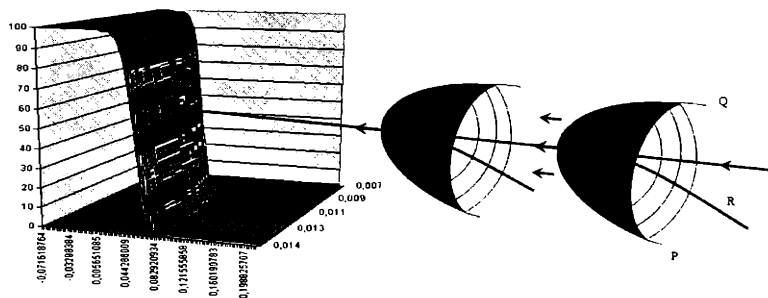
a. Portfelių „Standartinis nuokrypis – kvartiliai“ efektyviųjų linijų analogai

b. Portfelių „Standartinis nuokrypis – percentiliai“ efektyviųjų linijų analogai

10 pav. Reprezentatyvaus efektyviosios zonos analogo projekcijos rizikos – pelningumo plokštumoje fragmentai: a. portfelių „standartinis nuokrypis – kvartiliai“ kriterinių aibių projekcijos, b. portfelių „standartinis nuokrypis – percentiliai“ projekcijų rizikos kriterinių aibių projekcijos – pelningumo plokštumoje fragmentai



*a. Trimatis (pelningumas, patikimumas, rizika) portfelio galimybių paviršius*



*b. Galimybių paviršiaus ir naudingumo funkcija trimatėje erdvėje*

**11 pav. Adekvaciojo portfelio galimybių ir investuotojo naudingumo funkcijos reprezentatyvūs analogai**

## LITERATŪRA

Edvin J. Elton, Martin J. Gruber, Stepan J. Brown, William N. Goetzmann. (2003). *Modern Portfolio Theory and Investment analysis. Six edition* – John Wiley & Sons.

Frank, J. Fabozzi, Harry, M. Markowitz. (2002). *The Theory and Practice of Investment Management* – John Wiley & Sons, 894 p.

Frank, K. Reilly, Keith, C. Brown. (2003). *Investment Analysis and Portfolio Management. Seventh edition* – Thompson: South-Western. 1162 p.

Rutkauskas, A. V., Rutkauskas, V. (2000). Imitative technologies for decision information arrangement. *Ver'as ir vadyba' 99*. 1999 m. lapkričio 17 d. – Vilnius: technika, p. 263–269.

Rutkauskas, A. V. (2000). Computerized imitative technologies for risk and return trade-off // *Materials of international conference „Strategie zarządzania ryzykiem w przedsiębiorstwie – elementy wiedzy teoretycznej i praktycznej“*. Bydgoszcz-2000, p. 115–141.

Rutkauskas, A. V. (2001). Investicijų portfelis, atsižvelgiant į pelno galimybių tikimybės skirstinius pilnumoje. *Ekonomika ir vadyba' 2001*. 7 knyga. Finansų valdymo aktualijos' 2001 – Kaunas: Technologija, p. 117–125.

Rutkauskas, A. V. (2003). Isoguarantess as instrument of portfolio decision making // *International conference „Modeling and simulation of business systems“*. Edited by H. Pranevicius, E. Zavadskas and B. Rapp. May 13–14, 2003, Vilnius, Lithuania. ISBN 9955-09-420-6, Kaunas University of Technology Press, „Technologija“, p. 239–243.

Rutkauskas, A. V., Stasytytė V. (2006). The double trump portfolio as the core of sustainable decision making strategy in currency markets // *The 10<sup>th</sup> World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*. July 16–19, 2006, Orlando, Florida, USA. ISBN 980-6560-66-3. International Institute of Informatics and Systemics, p. 57–62.

## DEKVAČIOJO INVESTAVIMO PORTFELIO ANATOMIJA IR SPRENDIMAI PANAUDOJANT IMITACINES TECHNOLOGIJAS

**Iskandras Vytautas Rutkauskas**

### antrauka

traipsnyje nagrinėjamas adekvačiojo investavimo portfelio sudarymo procesas, leidžiantis išplėsti moderniojo Markowitzo) portfelio galimybes. Čia efektyvieji moderniojo investavimo portfelio sprendimai tampa pažios tašku adekvatiems investavimo sprendimams. Moderniojo ir adekvačiojo portfelių giminumas iliustruojamas sudarant efektyviasias ir maksimaliasias zonas, taip pat trimatę naudingumo funkciją ieškant nau-

dingiausio investuotojui portfelio. Pateikiama adekvačiojo portfelio anatomija, vaizduojant portfelio parametrų – pelningumo, rizikos ir patikimumo – sąveiką. Adekvačiajam portfeliui sudaryti ir valdyti naudojama autoriaus pasiūlyta imitacinių technologijų technika, leidžianti norimu tikslumu surasti portfelio tikslo, kaip stochastinio programavimo uždavinio, sprendimus.



## ADEQUATE INVESTMENT PORTFOLIO ANATOMY AND DECISIONS APPLYING IMITATIVE TECHNOLOGIES

Aleksandras Vytautas Rutkauskas

### Summary

The paper consistently analyses the process of the author's so-called adequate investment portfolio formation; also, adequate portfolio application analogies with the modern or Markowitz portfolio are presented. Adequate portfolio application peculiarities are disclosed when investment assets possess complex probability distributions of profitability possibilities, as well as for the integrated management of assets and liabilities. Imitation modelling possibilities, of solving the model system expressing adequate portfolio contents are also examined. Such system generally appears to be a complex stochastic programming task, thus original meth-

ods of problem formulation and decision-making are required for its analysis. The paper describes situation representative analogue idea, the essence of which is expressed by the of an application integrated representative set and imitation modelling possibilities. Finally, the paper illustrates an adequate investment portfolio and situation representative analogue application for solving a particular of problem investment. For an adequate portfolio development and management, the imitation technologies technique presented by the author is used. It allows finding decisions for portfolio objectives expressed as stochastic programming tasks at a desired level of accuracy.

*Įteikta 2006 m. rugsėjo mėn.*

*Priimta spausdinti 2006 m. rugsėjo mėn.*