

## ПРОГНОЗ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

Л. ЖИЛЕНАС

Развитие производительных сил имеет не только положительные, но и отрицательные стороны. Одна из них — загрязнение окружающей среды. Проведенные исследования (3; 4; 5; 6) показали наличие корреляционной связи между концентрациями вредных веществ в атмосфере и такими заболеваниями, как рак, бронхит, астма и др. Помимо чисто гуманитарной стороны, заболеваемость населения из-за загрязнения окружающей среды имеет и четко выраженные экономические последствия. В первую очередь — это потери трудовых ресурсов, что особенно важно в условиях полной занятости.

Цель настоящей работы — рассчитать людские потери, вызванные загрязнением окружающей среды. Суть расчетов заключается в том, что сравниваются показатели прогнозов численности населения, вычисленные при помощи модели, изложенной в (1; 2), с теми же показателями, но рассчитанными при предположении, что загрязнения окружающей среды нет и, следовательно, нет умерших от этого.

Пусть  $H_g$  — матрица половозрастных коэффициентов рождаемости по группам населения (например, если выделяется 101 возрастная группа и 4 группы населения — мужчины города, женщины города, мужчины села, женщины села, то размерность  $H_g$  будет  $101 \times 4$ ; первый и третий столбцы нулевые; во втором и четвертом столбцах — ненулевые элементы по строкам, соответствующим фертильному возрасту, т. е. 15—49 лет);

$H_z$  — матрица коэффициентов дожития в разбивке по возрасту и группам населения;

${}_0N$  — матрица численности населения в разбивке по возрасту и группам населения на конец базисного года.

Тогда вектор численности родившихся по группам населения  $n_1$  можно получить следующим образом:

$$n_1 = \left[ 0,5 \sum_{i=15}^{49} H_g^i \oplus ({}_0N^i + {}_0N^{i-1} \oplus H_z^{i-1}) \right] H_p, \quad (1)$$

где  $i$  — индекс строки;

$\oplus$  — символ поэлементного перемножения матриц;

$H_p$  — вспомогательная матрица для распределения новорожденных по группам населения;

$$H_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \eta_{11} & 1 - \eta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_{12} & 1 - \eta_{12} \end{pmatrix},$$

где  $\eta_{11}$  — удельный вес мальчиков в числе новорожденных города;

$\eta_{12}$  — удельный вес мальчиков в числе новорожденных села.

Коэффициенты дожития (элементы матриц  $H_z$ ) рассчитываются следующим образом: сначала определяются вероятности  $q_x$  умереть в возрасте  $x$  лет. Для возрастов 0—4 года:

$$q_x = \frac{2M_x}{(N_x + N_{x+1})(1-q_0)(1-q_1)\dots(1-q_{x-1})},$$

где  $M_x$  — число лиц, умерших в возрасте  $x$  лет;

$N_x$  — число лиц, родившихся  $x$  лет назад.

Для возрастов 5 лет и более:

$$q_x^t = \frac{2(M_x^{t-1} + M_x^t)}{n_{x-1}^t + 2n_x^t + n_{x+1}^t + M_x^{t-1} + M_x^t + \frac{1}{2}(M_x^{t-1} + M_{x+1}^{t-1}) - \frac{1}{2}(M_x^t - M_{x-1}^{t-1})},$$

где  $M_x^t$  — число лиц, умерших в возрасте  $x$  лет в  $t$ -м году;

$n_x^t$  — число лиц в возрасте  $x$  лет в  $t$ -м году.

Далее расчеты проводятся так:

$$p_i = 1 - q_i;$$

$$l_0 = 10\,000;$$

$$l_i = l_{i-1} p_{i-1};$$

$$L_i = \frac{l_i + l_{i+1}}{2};$$

$$H_i = \frac{L_{i+1}}{L_i},$$

где  $p_i$  — вероятность дожития в течение предстоящего года жизни;

$l_0$  — начальная совокупность родившихся;

$l_i$  — число доживающих до возраста  $i$  лет;

$L_i$  — число живущих в возрасте  $i$  лет;

$H_i$  — коэффициент дожития.

Если ввести вспомогательную квадратную матрицу  $E_n$ , в которой последний элемент главной диагонали и элементы диагонали, находящейся под главной диагональю, — единицы, а остальные нули, формулу (1) можно переписать в матричном виде:

$$n_1 = 0,5I' \{H_g \oplus [{}_0N + E_n({}_0N \oplus H_z)]\} H_p, \quad (2)$$

где  $I'$  — вектор-строка из единиц.

Матрица численности населения в разбивке по возрасту и группам населения на конец планового года  $N$  определяется по следующей формуле:

$$N = E_n({}_0N \oplus H_z) + i_1(n_1 \oplus h_{11}) + N_m + N_v, \quad (3)$$

где  $N_m$  и  $N_v$  — матрицы внутривнутриреспубликанской и внеереспубликанской миграции соответственно той же размерности, что и  $N$ . Второе слагаемое выражения (3) определяет количество новорожденных (по выделенным группам населения), которые доживут до конца календарного года,

$$i_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вектор численности населения на конец планового года (без разбивки по возрасту)  $n_2$  можно получить, просуммировав матрицу  $N$  по столбцам:

$$n_2 = I'N.$$

Среднегодовая численность населения определяется как средняя арифметическая численности населения на начало и конец года:

$$N_c = 0,5(n_0N + N),$$

$$n_3 = 0,5(n_2 + n_0) = 0,5I'(n_0N + N).$$

Для того чтобы рассчитать возможную численность населения при отсутствии загрязнения окружающей среды, необходимо определить число умерших от загрязнения окружающей среды во всех половозрастных группах. Для этого используется исследование (3), где вычислены регрессионные зависимости, при помощи которых можно рассчитать число умерших от заболеваний, вызванных загрязнением атмосферы. Используются данные 1957—1964 гг. о загрязнении и 1959—1964 гг. о смертности от различных болезней для 38 значительных городов США и их окрестностей. Приводятся формулы для семи заболеваний. Например, смертность от рака легких на 100 тыс. человек  $M_{lc}$  имеет следующий вид:

$$M_{lc} = -28,087 + 4,987 \ln C(NO_2) - 2,197 \ln C(Cu) - 2,103 \ln C(T_i) + 5,462 \ln C(SO_4) - 0,6255 \ln C(AS),$$

где  $C(NO_2)$ ,  $C(Cu)$ ,  $C(T_i)$ ,  $C(SO_4)$ ,  $C(AS)$  — среднегодовые концентрации загрязнителей в микрограммах на кубический метр.

Пусть элементы матрицы  $M_1$  — количество умерших в республике от  $i$ -го заболевания в каждой половозрастной группе в базисном году (размерность  $M_1$  —  $101 \times 2$ ).

$\mu_i$  — общее число умерших от  $i$ -го заболевания в республике в базисном году (скаляр).

Далее можно рассчитать матрицу  $H_{bi}$ , элементы которой показывают, какую часть умерших от  $i$ -го заболевания в республике составляет каждая половозрастная группа:

$$H_{bi} = \frac{1}{\mu_i} M_i.$$

Такие матрицы надо рассчитать для всех заболеваний, для которых в работе (3) вычислены регрессионные зависимости смертности от загрязнения атмосферы. Далее делаем предположение, что половозрастная структура умерших от какого-либо заболевания, причиной которого является загрязнение атмосферы, будет такой же, как и структура умерших от этого заболевания в целом.

Проверить правильность этого предположения, наверное, невозможно, так как невозможно определить, какой именно человек умер от загрязнения атмосферы. Однако эта гипотеза позволяет прогнозировать численность населения с учетом воздействия атмосферы при помощи модели, изложенной в работах (1; 2). Для того чтобы рассчитать, сколько умерших от загрязнения атмосферы приходится на каждую половозрастную группу, необходимо иметь матрицы  $H_{bi}$  для всех болезней, численность населения всех загрязненных городов и сел, а также концентрации загрязняющих веществ в атмосфере.

Среднегодовая численность населения  $j$ -го города в  $t$ -м году  $e_{mj}^{(t)}$  определяется как средняя арифметическая численности населения на начало и конец года:

$$e_{mj}^{(t)} = \frac{e_{mj}^{(t-1)} + e_{mj}^{(t)}}{2},$$

где  $0e_{mj}^t$  — численность населения  $j$ -го города на начало  $t$ -го года;

$e_{mj}^t$  — численность населения  $j$ -го города на конец  $t$ -го года.

Аналогично определяется среднегодовая численность  $j$ -го села в  $t$ -м году  $e_{kj}^{(v)}$

$$e_{kj}^{(v)} = \frac{0e_{kj}^t + e_{kj}^t}{2},$$

где  $0e_{kj}^t$  — численность населения  $j$ -го села на начало  $t$ -го года;

$e_{kj}^t$  — численность населения  $j$ -го села на конец  $t$ -го года.

Численность умерших от  $i$ -го заболевания, вызванного загрязнением атмосферы в  $j$ -м городе в  $t$ -м году,  $\bar{\mu}_{ij}^{t(m)}$  определяется по формуле:

$$\bar{\mu}_{ij}^{t(m)} = \frac{\mu_{ij}^{t(m)} e_{mj}^{t(v)}}{100\,000},$$

где  $\mu_{ij}^{t(m)}$  — численность умерших от  $i$ -го заболевания, вызванного загрязнением атмосферы, на 100 000 человек в  $j$ -м городе в  $t$ -м году (рассчитывается по формулам, приводимым в исследовании (3)).

Численность жителей городов, умерших от загрязнения атмосферы в  $t$ -м году, в разбивке по возрасту и полу  $M^{t(m)}$  определяется по следующей формуле:

$$M^{t(m)} = \sum_i H b_i \left( \sum_j \bar{\mu}_{ij}^{t(m)} \right)$$

Аналогично рассчитывается численность жителей села, умерших от загрязнения атмосферы в  $t$ -м году  $M^{t(k)}$ :

$$\bar{\mu}_{ij}^{t(k)} = \frac{M_{ij}^{t(k)} e_{kj}^{t(v)}}{100\,000}$$

$$M^{t(k)} = \sum_i H b_i \left( \sum_j \bar{\mu}_{ij}^{t(k)} \right);$$

где  $\bar{\mu}_{ij}^{t(k)}$  — численность умерших от  $i$ -го заболевания, вызванного загрязнением атмосферы в  $j$ -м селе в  $t$ -м году;

$M^{t(k)}$  — половозрастная структура жителей села, умерших от загрязнения атмосферы в  $t$ -м году.

Далее можно рассчитать коэффициенты дожития, которые были бы, если бы не было загрязнения атмосферы. Для этого сначала определяется вероятность  $q_x^t$  умереть в возрасте  $x$  лет, в  $t$ -м году, если нет загрязнения атмосферы.

Для возрастов 0—4 года

$$\bar{q}_x^t = \frac{2 (M_x^t - \bar{M}_x^t)}{(N_x^t + N_{x+1}^t) (1 - q_0) (1 - q_1) \dots (1 - q_{x-1})},$$

где  $M_x^t$  — число лиц, умерших в возрасте  $x$  лет в  $t$ -м году;

$\bar{M}_x^t$  — число лиц, умерших в возрасте  $x$  лет в  $t$ -м году от загрязнения атмосферы;

$N_x^t$  — число лиц, родившихся  $x$  лет назад (считая от  $t$ -го года).

Для возрастов 5 лет и более этот показатель рассчитывается так: сначала определяется вероятность  $\bar{q}_x^t$  умереть в возрасте  $x$  лет в  $t$ -м году от загрязнения атмосферы:

$$\bar{q}_x^t = \frac{2(\bar{M}_x^{t-1} + \bar{M}_x^t)}{n_{x-1}^t + 2n_x^t + n_{x+1}^t + M_x^{t-1} + M_x^t + \frac{1}{2}(M_x^{t-1} + M_{x+1}^t) - \frac{1}{2}(M_x^t - M_{x-1}^{t-1})}$$

где  $\bar{M}_x^t$  — число лиц, умерших в возрасте  $x$  лет в  $t$ -м году от загрязнения атмосферы.

Далее расчеты проводятся так:

$$\bar{q}_x^t = q_x^t - \bar{q}_x^t;$$

$$\bar{p}_i = 1 - \bar{q}_i;$$

$$l_0 = 10\,000;$$

$$l_i = l_{i-1} \bar{p}_{i-1};$$

$$L_i = \frac{l_i + l_{i+1}}{2};$$

$$\bar{H}_i = \frac{L_{i+1}}{L_i},$$

где  $\bar{p}_i$  — вероятность дожития в течение предстоящего года жизни, если нет загрязнения атмосферы;

$l_0$  — начальная совокупность родившихся;

$l_i$  — число доживающих до возраста  $i$  лет, если нет загрязнения атмосферы;

$L_i$  — число живущих в возрасте  $i$  лет, если нет загрязнения атмосферы;

$\bar{H}_i$  — коэффициенты дожития, если нет загрязнения атмосферы.

Теперь можно рассчитать численность родившихся в первый год планового периода, если бы не было загрязнения атмосферы  $\bar{n}_1$ :

$$\bar{n}_1 = \left[ 0,5 \sum_{i=15}^{49} H_g^i \oplus ({}_0N^i + {}_0N^{i-1} \oplus \bar{H}_z^{i-1}) \right] H_p$$

или в матричном виде

$$\bar{n}_1 = 0,5I' \{H_g \oplus [{}_0N + E_n({}_0N \oplus \bar{H}_z)]\} H_p.$$

Матрица численности населения в разбивке по полу, возрасту и группам населения на конец планового года, если бы не было загрязнения атмосферы,  $\bar{N}$  определяется по формуле

$$\bar{N} = E_n({}_0N \oplus \bar{H}_z) + i_1(\bar{n}_1 \oplus \bar{n}_{11}) + N_m + N_v.$$

Среднегодовая численность населения планового года, если бы не было загрязнения атмосферы,  $\bar{N}_c$  определяется по формуле

$$\bar{N}_c = 0,5({}_0N + \bar{N})$$

или без разбивки по возрасту

$$\bar{n}_3 = 0,5I'({}_0N + \bar{N}).$$

Людские потери из-за загрязнения атмосферы в плановом году с разбивкой по возрасту, полу и группам населения  $\Delta \bar{N}_c$  определяются по формуле

$$\Delta \bar{N}_c = \bar{N}_c - N_c.$$

Людские потери без разбивки по возрасту  $\Delta \bar{n}_3$  можно выразить формулой

$$\Delta \bar{n}_3 = \bar{n}_3 - n_3.$$

Рассчитав людские потери из-за загрязнения окружающей среды, можно вычислить потери трудовых ресурсов, но это является объектом отдельного исследования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Раяцкас Р. Л. Система моделей планирования и прогнозирования.— М.: Экономика, 1976.
2. Раяцкас Р. Л., Жемайтйтите С. А. Информация — прогноз — план.— М.: Экономика, 1972.
3. Берри Б., Хортон Ф. Загрязнение среды и хронические болезни.— В кн.: Новые идеи в географии. Вып. 4. Географические аспекты экологии человека. М.: Прогресс, 1979.
4. Смит В. К. Измерение зависимости смертности от загрязнения воздуха.— В кн.: Новые идеи в географии. Вып. 4. Географические аспекты экологии человека. М.: Прогресс, 1979.
5. Frederick W. Lipfert. Air Pollution and Mortality: Specification Searches Using SMSA—Based Data. Journal of Environmental Economics and Management. Vol. 11, Number 3, September 1984.
6. Lester B. Lave and Eugene Seskin. An Analysis of the Association Between U. S. Mortality and Air Pollution. Journal of the American Statistical Association. Vol. 68 (June, 1973).

Вильнюсский госуниверситет  
им. В. Капсукаса  
Кафедра экономической кибернетики

Редколлегии вручено  
в сентябре 1985 г.