

## СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ СЕЗОННОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

И. МАРКЕЛЯВИЧЮС

Сезонность как особый вид внутригодовых колебаний, кроме годовой, часто имеет и другую периодичность, поскольку она образуется под влиянием ряда факторов, действующих в различных направлениях и с различной интенсивностью. Такую периодичность трудно или порой невозможно обнаружить и измерить традиционными статистическими методами.

В качестве методов, позволяющих сделать это, выступают ряды Фурье и спектральный анализ. Рассмотрим основные теоретические положения спектрального анализа и возможности его применения для исследования сезонных колебаний конкретного экономического явления.

Суть метода сводится к тому, что для изучения периодичностей строится функция, представленная бесконечным рядом синусоидальных и косинусоидальных преобразований; определяется конечная сумма его членов, уровень и интенсивность колеблемости на каждой частоте. Теоретическое число частот равняется  $N/2$  при длине ряда, равной  $N$ . Практически требуются не все  $N/2$ , а лишь некоторые гармонические составляющие, выражающие основную часть вариации ряда. При этом главное внимание уделяется характеристикам динамических рядов в частотном аспекте.

Следует отметить, что система расчетов наиболее развита для так называемых стационарных рядов динамики. Стационарность предполагает то, что средняя и дисперсия ряда не меняются во времени. Поэтому нестационарные ряды динамики, которые чаще всего и встречаются в статистической практике, должны дополнительно обрабатываться. Грубым решением задачи является исключение тренда, а в случае исследования сезонности — исключение долголетних колебаний дополнительно. С этой целью можно применить сглаживание рядов динамики скользящими параболой второго порядка.

Таким образом, спектральный анализ производится не по самим членам динамического ряда, а по абсолютным или нормированным отклонениям фактических уровней от сглаженных.

Основное преимущество спектрального анализа заключается в способности его выявить существенные гармоники. Для этого общая дисперсия ряда разлагается по частотам. Это разложение представляет собой спектр ряда динамики.

Основой спектральных оценок служит автокорреляционная функция:

$$r(K) = \frac{\sum_{t=1}^{N-K} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+K} - \bar{Y})}{N \sigma_y^2}$$

В связи с тем, что автокорреляционная функция  $r(K)$  мало пригодна для выявления циклов колеблемости из-за зависимости соседних ее зна-

чений, из-за уменьшения надежности коэффициентов автокорреляции с увеличением временного сдвига  $K$ , при построении функции спектральной плотности в современном спектральном анализе, кроме оценок автокорреляции, вводятся специальные веса.

Функция, по которой рассчитываются спектральные оценки, указывающие на главные циклы колеблемости, имеет вид (2, с. 68)

$$p(f_i) = 2[1 + 2\sum \lambda_k r(K) \cos 2\pi f_i K], i=0, 1, 2, \dots, L,$$

где  $\lambda$  — специальные веса, повышающие состоятельность спектральных оценок. Часто применяются веса Парзена (1, с. 283):

$$\lambda_k = \begin{cases} 1 - \frac{6K^2}{L^2} \left(1 - \frac{K}{L}\right), & 0 \leq K \leq \frac{L}{2} \\ 2 \left(1 - \frac{K}{L}\right)^3 \frac{L}{2} \leq K \leq L \end{cases}$$

$f_i$  — частота  $i$ -й гармонической составляющей. Она обратно пропорциональна длине периода колеблемости, т. е.

$$f_i = \frac{1}{p_i}.$$

Величина  $L$  берется обычно 10—40% от числа членов ряда. Как правило, начинают с малых значений и постепенно ее увеличивают до тех пор, пока не начинают появляться реально не существующие пики. Включение оценки на нулевой частоте дает возможность проверить качество исключения тренда. Пик функции на этой частоте свидетельствует о грубом нарушении условия стационарности.

Точки максимума значений спектральной функции указывают на циклы периодической колеблемости различной длины.

Например, рядом динамики, характеризующим рост общего объема розничного товарооборота Литовской ССР, отдельных его частей по формам и системам торговли, а также продажи отдельных продовольственных и непродовольственных товаров, свойственны пики значений спектральной функции на частотах 0,0833; 0,1667; 0,2500; 0,3333. Они соответствуют циклам длиной 12, 6, 4, 3 месяца.

Отсутствие существенных пиков спектральных оценок говорит об отсутствии периодических колебаний. Это свойство можно использовать в целях проверки точности построения моделей сезонности. Наличие пиков спектральной плотности остаточных величин, полученных по определенной модели, свидетельствует о том, что они включают часть сезонного компонента, что данная модель неточно отражает сезонность. В целом спектр остаточных величин, получаемых при проверке моделей рядов динамики, является хорошим индикатором их случайности.

Исследование циклов внутригодовой колеблемости розничного товарооборота, а также продажи отдельных продовольственных товаров в Литовской ССР осуществлялось по месячным данным за последнее десятилетие.

Анализ спектров динамики общего объема розничного товарооборота и отдельных его частей показал, что 12-месячная колеблемость не является доминирующей, как предполагалось, т. е. природно-климатический фактор играет далеко не первостепенную роль. Данные, приведенные в таблице, это подтверждают. Спектральная плотность  $p f_i$  на частоте 0,0833 меньше плотности на частотах 0,25 и 0,333, т. е. колеблемость с периодом 4 и 3 месяца более существенна. Это объясняется тем, что сезонные волны этих показателей складываются из большого числа сезонных волн продажи отдельных товаров, имеющих в климатическом

Т а б л и ц а

Спектральные оценки динамики розничного товарооборота  
Вильнюсского горпромторга

Времен- ный сдвиг	Автокорре- ляционная функция	Частота	Спектраль- ная плот- ность	Частота	Спектраль- ная плот- ность
$K$	$r(K)$	$f_z$	$P(f_z)$	$f_t$	$P(f_t)$
0	1.0000	0.0	0.3411	—	—
1	0.0821	0.0083	0.3850	0.2583	5.5975
2	-0.2493	0.0167	0.5108	0.2667	4.1585
3	-0.0030	0.0250	0.7072	0.2750	2.5685
4	0.0752	0.0333	0.9745	0.2833	1.4222
5	-0.1454	0.0417	1.3388	0.2917	0.9803
6	-0.1263	0.0500	1.8345	0.3000	1.1996
7	-0.1422	0.0583	2.4484	0.3083	1.8840
8	0.0379	0.0667	3.0645	0.3167	2.7584
9	-0.0527	0.0750	3.4800	0.3250	3.4800
10	-0.3063	0.0833	3.5126	0.3333	3.7230
11	-0.0338	0.0917	3.1228	0.3417	3.3523
12	0.6950	0.1000	2.4482	0.3500	2.5261
13	0.0284	0.1083	1.7240	0.3583	1.5978
14	-0.2982	0.1167	1.1717	0.3667	0.8926
15	-0.0231	0.1250	0.9445	0.3750	0.5501
16	0.1088	0.1333	1.1230	0.3833	0.5216
17	-0.0586	0.1417	1.6880	0.3917	0.7181
18	-0.0820	0.1500	2.4648	0.4000	0.9806
19	-0.0791	0.1583	3.1322	0.4083	1.1974
20	0.1078	0.1667	3.3675	0.4167	1.2703
21	-0.0275	0.1750	3.0448	0.4250	1.1652
22	-0.3008	0.1833	2.3138	0.4333	0.9340
23	-0.0309	0.1917	1.4951	0.4417	0.6835
24	0.6015	0.2000	0.9172	0.4500	0.5179
25	-0.0036	0.2083	0.8369	0.4583	0.5078
26	-0.2476	0.2167	1.4244	0.4667	0.6897
27	-0.0161	0.2250	2.6845	0.4750	1.0559
28	0.1149	0.2333	4.3160	0.4833	1.5218
29	-0.0400	0.2417	5.7073	0.4917	1.9221
30	-0.0483	0.2500	6.2192	0.5000	2.0811

аспекте самый различный характер. Поэтому влияние климатического фактора сильно сглаживается.

Наиболее значительной, судя по спектральным оценкам, следует признать 4-месячную колеблемость, основной причиной которой являются праздники (1 и 9 Мая, начало учебного года, 7—8 Ноября, Новый год). Ведь интервал предпраздничных и праздничных месяцев (апрель—май, август—сентябрь, ноябрь—декабрь) составляет 4 месяца. Важное место в большинстве спектров занимает частота 0,3333, соответствующая 3-месячной колеблемости. Если обратиться к спектрам динамики поставок по рыночному фонду республики, то 3-месячная колеблемость значима для таких продуктов, как мясо и птица, мясные консервы, масло, рыба, сахар, ликеро-водочные изделия, вина, радиотовары, телевизоры и др. Только упомянутые продовольственные товары в общем их объеме составляют примерно 48%.

Можно сделать вывод, что сезонность общего объема розничного товарооборота и его основных частей складывается под влиянием социально-экономических факторов. Как исключение можно отметить сезонность товарооборотов Литпотребсоюза и общественного питания, где главными причинами ее выступают смена климатических условий в течение года и связанная с ней колеблемость интенсивности миграционных процессов.

Что касается сезонных колебаний продажи продовольственных и непродовольственных товаров по их группам, то они в большей степени обусловлены климатическим фактором, так как в сезонном аспекте бо-

лее однородны. 12-месячный цикл является преобладающим, а часто и единственным в спектрах динамики продажи пива, безалкогольных напитков, верхнего и бельевого трикотажа, телевизоров и других товаров. Эта цикличность объясняется такими конкретными климатическими условиями, как смена температурного режима, соотношение длины дня и ночи и др.

В целом влияние климатического фактора более существенно для внутригодовой динамики продажи продовольственных товаров, менее — для непродовольственных, так как группы последних не так сезоннооднородны (в климатическом аспекте). Например, динамика продажи обуви определяется различным ее назначением. Доминирующая 6-месячная колеблемость ее продажи свидетельствует о наличии двух основных сезонов (летнего и зимнего).

При изучении сезонности с математической точки зрения правильно применять методику для нестационарных рядов динамики. В таких случаях используется метод демодуляции с последующим применением фильтра низких частот. Сущность метода заключается в том, что ряд динамики умножается на функцию, в качестве которой можно использовать  $\cos \frac{2\pi}{N} t$  или  $\sin \frac{2\pi}{N} t$ . Фильтрацию можно производить способом скользящих средних. Этот вариант практически применяется в связи с изменением сезонного компонента во времени.

Метод демодуляции при анализе сезонности помогает ответить на важные вопросы:

— изменяется ли амплитуда на низких частотах быстрее, чем на высоких; изменяется ли фаза годового компонента (не смещается ли пик сезонной волны); не меняется ли значимость основных пиков, установленных в начале периода?

Следующий этап спектрального анализа — кроспектральный анализ. Он является обобщением спектрального анализа. С его помощью можно выявить связь между гармоническими составляющими обоих рядов, временной сдвиг зависимых периодичностей, определить промежутки времени, где эта зависимость значительная, средняя или низкая.

Обобщая краткий обзор применения гармонического анализа, следует отметить, что данный метод является более высокой ступенью методологии изучения временных рядов. Однако применение его на практике не получило нужного размаха, так как математико-статистический аппарат достаточно сложен, часто полученные результаты трудно экономически интерпретировать. Это, конечно, временное явление, связанное, главным образом, с недостатком опыта применения спектрального анализа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Болч Б., Хуань К. Многомерные статистические методы для экономики.— М.: Статистика, 1979.
2. Гренджер К., Хатанак М. Спектральный анализ временных рядов в экономике.— М.: Статистика, 1972.
3. Кобринский М. Е. Информационные фильтры в экономике: Анализ одномерных временных рядов.— М.: Статистика, 1978.
4. Математико-статистические методы исследования взаимосвязей в экономике: Из теории и практики статистики ГДР, 1977.

Вильнюсский госуниверситет  
им. В. Капсукаса  
Кафедра статистики

Редколлегия вручено  
в декабре 1983 г.