Liet. matem. rink., T. 41, spec. nr., 591–595

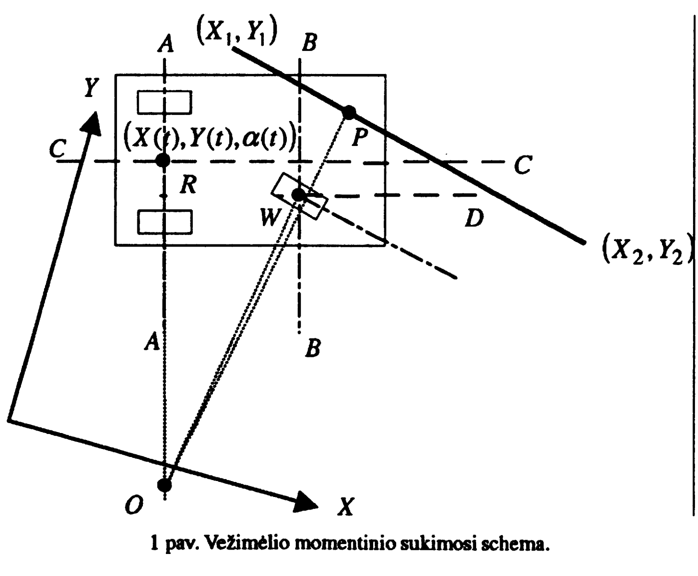
Vežimėlio judesio valdymo modelis

Narimantas LISTOPADSKIS (KTU)
e-mail: narlis@fmf.ktu.lt

Automatizuotų sandėlių projektavime svarbią vietą užima transporto kelių trajektorijų bei transporto valdymo signalų sekų sudarymo uždaviniai. Tam sprendžiamas uždavinys: rasti vežimėlio, antena sekančio laidą grindyse, judesio trajektoriją bei šiai trajektorijai realizuoti reikalingų valdymo signalų seką, kai duota laido grindyse trajektorija. 1 pav. pavaizduotas vežimėlis su vienu priekiniu valdomu ratu W. Priekinis valdomas ratas gali nebūti ant centrinės vežimėlio ašies CC. Taške P yra pritvirtinta antena, kuria vežimėlio valdymo aparatūra seka laidą grindyse.

Pažymėkime (a, b) – taško P koordinates lokalioje koordinačių sistemoje, kurios pradžios taškas R ir pirmoji ašis sutampa su vežimėlio centrine ašimi CC $(a > 0)$, (c, d) – priekinio valdomo rato W koordinates lokalioje koordinačių sistemoje, $\beta(t)$ – priekinio valdomo rato W posūkio kampą vežimėlio centrinės ašies atžvilgiu (t – reiškia laiką), $(X(t), Y(t))$ – vežimėlio taško R koordinates globalioje koordinačių sistemoje, $\alpha(t)$ – kampas, kurį sudaro vežimėlio centrinė ašis CC su globaliąja ašimi X.

Vežimėlio judesys yra vežimėlio nuolatinio sukimasis apie momentinį centrą $O(t)$, kai visų vežimėlio taškų sukimosi momentiniai kampiniai greičiai vienodi [1] (2 pav.). Momentinis sukimosi centras $O(t)$ yra apibrėžiamas dviejų tiesių $OP(t)$ (statmens laido



1 pav. Vežimėlio momentinio sukimosi schema.

trajektorijos linijai) ir $OR(t)$ (vežimėlio užpakalinės ašies tęsinio) susikirtimu. Statmuo valdomam ratui $OW(t)$ taip pat turi eiti per tašką $O(t)$.

Momentiniai taškų P, R, W posūkio apie centrą $O(t)$ spinduliai yra atitinkamai $|OP(t)|, |OR(t)|, |OW(t)|$.

Vežimėlio sukimosi kryptis yra apibrėžiama vektorine sandauga

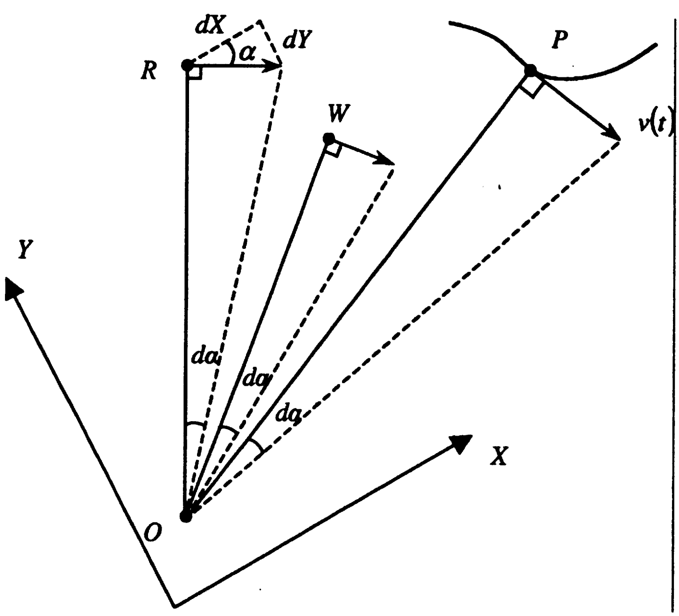
$$\overrightarrow{OW}(t) \times \overrightarrow{OP}(t) = (0, 0, \mu(t)),$$
$$m(t) = -\frac{\mu(t)}{|\mu(t)|}.$$

$m(t) = 1$, jei vežimėlis sukasi prieš laikrodžio rodyklę, ir $m(t) = -1$, jei vežimėlis sukasi pagal laikrodžio rodyklę.

Vežimėlio judesį aprašanti diferencialinių lygčių sistema, gaunama iš trijų trikampių panašumo (2 pav.), yra tokia:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \dfrac{|OR(t)|}{|OP(t)|} \cdot \cos\alpha(t) \cdot v(t), \\ \dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \dfrac{|OR(t)|}{|OP(t)|} \cdot \sin\alpha(t) \cdot v(t), \\ \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \dfrac{m(t)}{|OP(t)|} \cdot v(t), \end{cases}$$

čia $v(t)$ – taško P linijinis judesio greitis.



2 pav. Visų vežimėlio taškų sukimosi momentiniai kampiniai greičiai vienodi.

Jei laido trajektorija aprašyta lygtimi $y = f(x)$, tai detalizuota diferencialinių lygčių sistema įgyja tokį pavidalą

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\left|\big(a - b\cdot k(t)\big)\cdot\sin\alpha(t) + \big(b + a\cdot k(t)\big)\cdot\cos\alpha(t)\right|}{a\cdot\sqrt{1+k(t)^2}}\cdot\cos\alpha(t)\cdot v(t), \\ \dfrac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\left|\big(a - b\cdot k(t)\big)\cdot\sin\alpha(t) + \big(b + a\cdot k(t)\big)\cdot\cos\alpha(t)\right|}{a\cdot\sqrt{1+k(t)^2}}\cdot\sin\alpha(t)\cdot v(t), \\ \dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\big(a-bk(t)\big)\sin\alpha(t)+\big(b+ak(t)\big)\cos\alpha(t)}{\left|\big(a-bk(t)\big)\sin\alpha(t)+\big(b+ak(t)\big)\cos\alpha(t)\right|}\cdot\dfrac{\cos\alpha(t)-k(t)\sin\alpha(t)}{a\cdot\sqrt{1+k(t)^2}}\cdot v(t), \end{cases}$$

čia $k(t)$ – laido trajektorijos liestinės krypties koeficientas taške P laiko momentu t.

Pradinės diferencialinių lygčių sistemos sąlygos yra

$$\big(X(0), Y(0), \alpha(0)\big),$$

čia taško R koordinatės apibrėžiamos lygtimis

$$X(0) = X_1 - a\cdot\cos\alpha(0) + b\cdot\sin\alpha(0),$$
$$Y(0) = Y_1 - a\cdot\sin\alpha(0) - b\cdot\cos\alpha(0),$$

panaudojant trajektorijos pradžios taško koordinates (X_1, Y_1).

Priekinio vairuojamo rato pasukimo kampas $\beta(t)$ apibrėžiamas lygybe

$$\beta(t) = m(t)\cdot\arccos\frac{\overrightarrow{OW}(t)\cdot\overrightarrow{OR}(t)}{|OW(t)|\cdot|OR(t)|},$$

čia

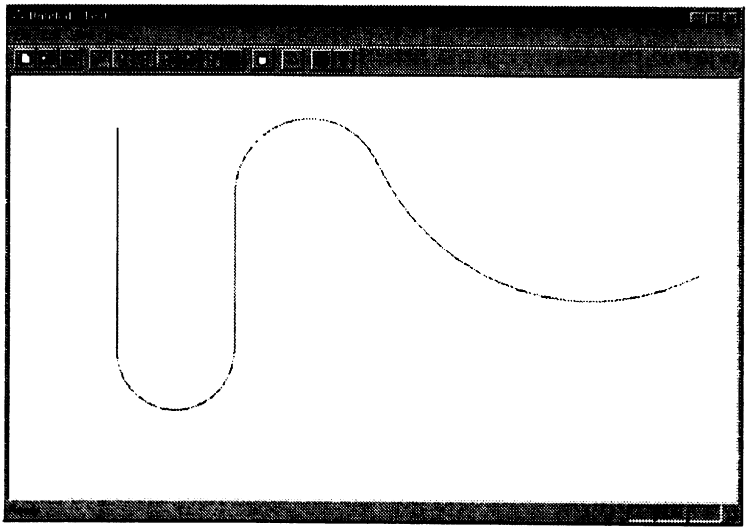
$$\overrightarrow{OW}(t) = \begin{pmatrix} (c-a)\cdot\cos\alpha(t) + (b-d)\cdot\sin\alpha(t) + \dfrac{a}{\cos\alpha(t) - k(t)\cdot\sin\alpha(t)} \\ (c-a)\cdot\sin\alpha(t) + (b-d)\cdot\cos\alpha(t) - \dfrac{a\cdot k(t)}{\cos\alpha(t) - k(t)\cdot\sin\alpha(t)} \end{pmatrix},$$

$$\overrightarrow{OR}(t) = \begin{pmatrix} -a\cdot\cos\alpha(t) + b\cdot\sin\alpha(t) + \dfrac{a}{\cos\alpha(t) - k(t)\cdot\sin\alpha(t)} \\ -a\cdot\sin\alpha(t) + b\cdot\cos\alpha(t) - \dfrac{a\cdot k(t)}{\cos\alpha(t) - k(t)\cdot\sin\alpha(t)} \end{pmatrix}.$$

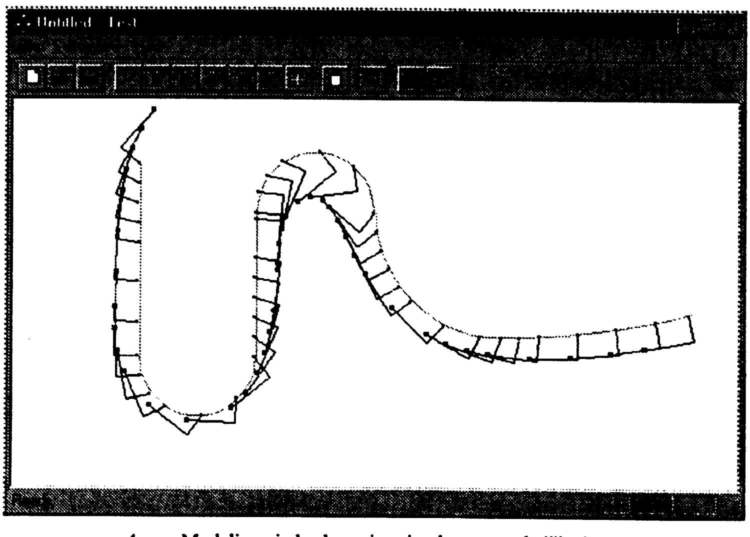
Kiekviename trajektorijos taške turi būti tenkinama sąlyga

$$\Big(\big(a - b\cdot k(t)\big)\cdot\sin\alpha(t) + \big(b + a\cdot k(t)\big)\cdot\cos\alpha(t)\Big)\cdot(Y_2 - Y_1) \geqslant 0,$$

kuri neleidžia vežimėliui judėti atgal. Šios sąlygos pažeidimas nutraukia vežimėlio judesio modeliavimo procesą.



3 pav. Laido trajektorija kompiuterio ekrane prieš skaičiavimą.



4 pav. Modelio vaizdas kompiuterio ekrane po skaičiavimo.

Gautos diferencialinių lygčių sistemos sprendimui panaudotas ketvirtos eilės adaptyvus Rungės ir Kutos metodas [2]. Sukurta modelio vizualizacijos programinė įranga. Duotos laido trajektorijos fragmento ir apskaičiuotų vežimėlio padėčių (kai $v(t) = 1$) vaizdas kompiuterio ekrane pateiktas 3 pav ir 4 pav.

Literatūra

[1] V. Paliūnas, *Teorinė mechanika*, Mokslas, Vilnius (1982).
[2] B. Kvedaras, M. Sapagovas, *Skaičiavimo metodai*, Mintis, Vilnius (1974).

Modelling of vehicle motion control

N. Listopadskis

The problem is to calculate the path trajectory and sequence of control signals for a vehicle following a wire in the floor. Motion of the vehicle is determined by system of differential equations. Fourth-order Runge-Kutta adaptive method was used for solving of the obtained system of the differential equations.