

Apie kai kuriuos kompiuterinės tomografijos matematinis uždavinius *

Raimondas ČIEGIS, Aleksandras KRYLOVAS, Mečislavas MEILŪNAS (VGTU)

el. paštas: {rc, akr, mm}@fm.vtu.lt

1. Įvadas

Šiuolaikiniai vizualizacijos metodai medicinoje remiasi tokiais fizikiniais procesais, kaip jonizuojanti spinduliuotė, ultragarso bangos, branduolinis magnetinis rezonansas ir eile kitų [1]. Diagnostinę aparatūrą, registruojančią kurio nors pasirinkto proceso sąveiką su organizmo audiniais, sudaro speciali techninė įranga, kompiuteriai bei aparatūros valdymą ir gaunamų signalų apdorojimą realizuojančios programos. Visa tai leidžia registruojamus minėtos sąveikos signalus paversti stebimų vidaus organų atvaizdais.

Tolesnis diagnostinio tyrimo etapas – tai gauto atvaizdo ir jo atskirų struktūrų analizė bei interpretacija. Ji dažniausiai atlieka dirbantys su tokia aparatūra specialistai radiologai. Tai didelio dėmesio ir daug laiko reikalaujantis darbas, tuo tarpu tiriamo paciento klinikinė situacija gali būti sudėtinga ir reikalaujanti skubių sprendimų. Todėl atvaizdų analizės pilnas ar dalinis automatizavimas yra vienas aktualiausių šiuolaikinės medicininės diagnostikos uždavinių. Jam pastaraisiais metais didelį dėmesį skiria įvairių sričių mokslininkai bei inžinieriai [1, 2, 3]. Natūralu, kad tam tikslui kuriamai programinei įrangai keliami dideli greitaeigiškumo ir patikimumo reikalavimai.

Šiame darbe siūlomas metodas nustatyti organizmo patologiją, tokia, kaip žmogaus smegenų ischeminių insultą, naudojant kompiuterinės tomografijos (angl. *computed tomography*, sutr. CT) pagalba gaunamą pirminę informaciją – tiesinius integralus. Tai leidžia tikėtis gauti preliminarią informaciją apie insulto sritį greičiau, negu naudojant tradicinę rekonstruoto galvos smegenų tomografinio atvaizdo analizę.

2. Atvaizdo rekonstrukcijos uždavinys kompiuterinėje tomografijoje

Pagal fizikinę prigimtį skiriamos dvi kompiuterinės tomografijos metodų klasės: *transmisinė* arba Rentgeno tomografija, kai jonizuojančios spinduliuotės šaltinis yra organizmo išorėje, o praėjusių per organizmo audinius jo spindulių intensyvumą fiksuoja detektoriai ir *emisinė* tomografija, kada detektoriai fiksuoja į organizmą įvestų radioaktyvių izotopų

*Šis straipsnis paruoštas pagal EUREKA projektą E!2981 CTBSTROKE, remiant VMSF (sutartis V-13/V-03093).

spinduliavimą. Tiek vienu tiek kitu atveju gaunama pirminė informacija leidžia rekonstruoti organizmo vidaus organų atvaizdus tomografijos pjūviuose. Toliau nagrinėsime tik transmisinės CT metodus.

Panagrinėsime plokščią trimačio kūno pjūvį, kuriame įvestos koordinatės (x, y) , ir Oy (ordinačių) ašimi praeina rentgeno spindulys. Tegul $\mu(x, y)$ – tiesinis spindulių slopinimo bioaudiniuose koeficientas taške (x, y) , t. y. santykinis spinduliuotės intensyvumo I sumažėjimas mažoje Δy ilgio atkarpoje $[y, y + \Delta y]$:

$$\frac{\Delta I}{I} = \mu(x, y) \Delta y \quad (1)$$

Nesunku matyti, kad jei pradinį intensyvumą (prieš spinduliui praeinant per audinius) taške x pažymėsime $I_0(x)$, tai praėjusio per audinius atkarpa AB spindulio intensyvumą galėsime išreikšti taip:

$$I(x) = I_0(x) e^{\int_{AB} \mu(x, y) dy} \quad (2)$$

(2) pavidalo integralai yra vadinami *tiesiniais* integralais arba *projekcijomis*. Pilnas tokių integralų rinkinys turi savyje visą informaciją, reikalingą funkcijai $\mu(x, y)$ rekonstruoti. Funkcija $\mu(x, y)$, kurią galima sutapatinti su audinių tankiu taške (x, y) [1] būtent ir duoda vidaus organų atvaizdą pasirinktame pjūvyje.

Transmisinės kompiuterinės tomografijos matematinis aparatas arba atvaizdų rekonstrukcija pagal projekcijas yra tapęs savarankiška tyrimų sritimi [2]. Rekonstrukcijos metodus galima suskirstyti į dvi dideles grupes:

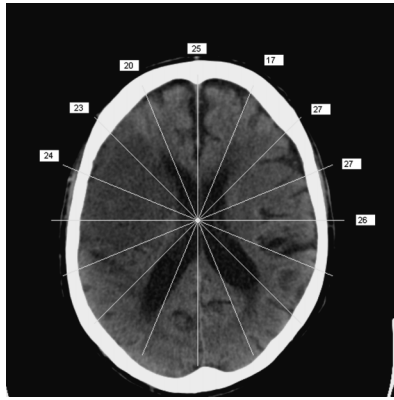
- 1) metodus, paremtus sąsūkos ir atvirkštinės projekcijos metodu, kurie yra ekvivalentūs Furjė metodui;
- 2) algebrinius metodus.

Pastarieji, atsižvelgiant į gaunamų uždavinių sprendimo metodus, kartais yra vadinami *iteraciniais* metodais. Detalai abi šios metodų klasės pateiktos [1]. Čia apsiribosime algebrine uždavinio formuluote.

Tegul atvaizdas (objekto įvertis) susideda iš I dvimačių langelių, kuriuose tankiai lygūs μ_i , $i = 1, 2, \dots, I$ ir atvaizdą praeina J spindulių (žr. 1 pav., kur suskaičiuoti pilkumo išilgai nurodytų spindulių vidurkiai). Logaritmuodami (2) ir aproksimuodami integralą kvadratinę formule, gausime

$$\lambda_j \equiv \ln \left(\frac{I_j}{I_0} \right) = \sum_{i=1}^I \alpha_{ij} \mu_i, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (3)$$

Aproksimavimo paklaidos ir matavimų triukšmai sąlygoja tai, kad (3) tiesinių algebrinių lygčių sistema dažniausiai yra prieštaringa. Tokiu būdu, gaunamas nekorektiškas matematinis uždavinys, kuriam spręsti tenka taikyti specialius metodus (žr., pvz., [5]). Reikia atkreipti dėmesį, kad rekonstruojant atvaizdą praktikoje dažniausiai taikomu Furjė metodu, nekorektiškumo problemų irgi nepavyksta išvengti [1].



1 pav. Atvaizdas ir integravimo spinduliai.

3. Insulto srities nustatymas iš projekcijų skirtumo

Ischeminio insulto srityje audinių tankis yra mažesnis, negu sveikame audinyje (iki insulto). Todėl transmisinės tomografijos metodu gautų projekcijų (tiesinių integralų) reišmės skiriasi nuo tų, kurios galėtų būti gautos tam pačiam pacientui iki įvykstant insultui. Tokie skirtumai gali būti užfiksuoti ir palyginus konkretaus ligonio tomografines projekcijas su etaloniniais duomenimis, gautais, tarkime, vidurkinant tam tikrą kiekį sveikų žmonių tomografinių projekcijų.

Tarkime, ligoniui turime sudarę (3) pavidalo sistemą

$$\lambda_j^L = \sum_{i=1}^I \alpha_{ij} \mu_i^L, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (4)$$

o pasirinktam etalonui turime

$$\lambda_j^E = \sum_{i=1}^I \alpha_{ij} \mu_i^E, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (5)$$

Iš (4) atėmę (5) lygybę, skirtumams $\sigma_j = \lambda_j^L - \lambda_j^E$ ir $\xi_i = \mu_i^L - \mu_i^E$ gausime lygčių sistemą

$$\sigma_j^E = \sum_{i=1}^I \alpha_{ij} \xi_i^E, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (6)$$

Spręsdami (6) uždavinį, gausime pradinę (grubų) insulto srities lokalizacijos ir dydžio įvertį, kuri toliau galima panaudoti, pavyzdžiui, pilnai automatizuojant tomografinių atvaizdų apdorojime taikomą *Click & Fill* procedūrą [4] arba apdorojant atvaizdą insulto srities kontūro aproksimavimo metodais [6].

Siūlomo metodo verifikacijai natūralu panaudoti jau rekonstruotus tomografinius atvaizdus, dirbtinai įvedant sumažinto audinių tankio (tamsesnes) sritis.

Literatūra

- [1] *The Physics of Medical Imaging*, S. Webb (Ed.), Mir, Moskva (1991), T. 1 (408 p.), T. 2 (406 p.) (Russian translation).
- [2] F. Natterer, *The Mathematics of Computerized Tomography*, Mir, Moskva (1990) (Russian translation).
- [3] A.K. Jain, P.W. Robert, R.P.W. Duin, J. Mao, Statistical pattern recognition: a review, *IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **22**(1), 4–37 (2000).
- [4] R.C. Gonzales, R.E. Woods, *Digital image processing*, Addison–Wesley Pub. Co. (1992).
- [5] Ch.L. Lawson, R.J. Hanson, *Solving Least Squar Problems*, Prentice–Hall, Inc., Englewood (1974).
- [6] M. Meilūnas, A. Ušinskas, R. Kirvaitis, R.A. Dobrovolskis, Automatic coutouring of segmented human brain ischemic stroke region on CT images, *Mathematical modelling and analysis*, **3**(1), 43–50 (2003).

On some computer tomography mathematical problems

R. Čiegis, A. Krylovas, M. Meilūnas

In this paper we investigate a new algorithm for determination of a human brain ischemic stroke region on CT images. The algorithm uses the initial CT information, i.e., values of linear integrals obtained in different directions. This gives a possibility to get a preliminary information about the stroke region faster then using the inverse transformations for obtaining the full CT picture of the brain.