

# Apie dešimtos klasės moksleivių matematinės komunikacijos gebėjimų ugdymo problemas

Saulius ZYBARTAS

el. paštas: zybartas vpu.lt

## Įvadas

Matematinės komunikacijos gebėjimų ugdymas – svarbus faktorius, padedantis vaikams “susikonstruoti” sau neformalius, intuityvius ryšius tarp įvairių abstrakčių matematikoje vartojamų pažymėjimų, sąvokų, simbolių, objektų (J. Hiebert, 1992, p. 445–446), “*vaidina svarbų vaidmenį padedant vaikams suvokti ir patiems sau nusistatyti ryšius tarp įvairių matematinių idėjų* [idėjomis laikoma matematikos žinios, mokėjimai, gebėjimai, nuostatos, susiformavę moksleivio sąmonėje jo protinės veiklos ir socialinės aplinkos sąveikoje], *išreikštų simboliais, žodžiais, lentelėmis, grafikais, diagramomis, paveikslėliais ar kitais būdais bei suvokti matematikos ryšius su fizine aplinka*” (*JAV matematinio išsilavinimo standartai*, p. 26). Matematikoje, kaip ir kalboje, komunikaciniais laikomi moksleivio gebėjimai naudotis jos žodynu (ženklais, pažymėjimais, terminais, matematinės kalbos logika ir struktūra) idėjoms ir ryšiams suprasti bei apibūdinti. Dėl to įprasta *matematinės komunikacijos* gebėjimus laikyti matematinio raštingumo sąvokos sudedamąja dalimi. Tarptautinių žodžių žodyne (1969, p. 405) pateikiami tokie žodžio *komunikacija* aiškinimai: susisiekimasis, ryšiai, susižinojimas; susisiekimo kelias; bendravimas. Oksfordo žodyne (1998, p. 78) pateikiami tokie *komunikacijos* aiškinimai: informacijos paskelbimas, paviešinimas; įvairūs naujienų perdavimo būdai; informacijos perdavimas bei gavimas laišku, kompiuteriu ar kitais būdais. Apibrėždami *matematinės komunikacijos gebėjimus*, remsimės pateiktomis žodžio *komunikacija* sampratomis, JAV matematikos standartuose (1992, p. 5–6, 28–28, 78–80), Lietuvos pagrindinės mokyklos standartų metodiniuose komentaruose (p. 6), Lietuvos (p. 267), Anglijos (p. 2,6,10,13), Australijos (p. 9–10, 15) matematikos bendrosiose programose pateiktais sąvokos *matematinė komunikacija* aiškinimais. *Matematinės komunikacijos gebėjimais* laikysime šiuos moksleivių gebėjimus:

- suprasti, paaiškinti, interpretuoti bei įvertinti matematinės sąvokas bei uždavinių sąlygas, sprendinius, sprendimų, įrodymų idėjas, pateiktas įvairia forma: žodžiu, raštu ar vizualiai;
- išreikšti žodžiu, raštu bei pateikti vizualiai uždavinių sprendimų, įrodymų idėjas, sprendinius, matematinės sąvokas, teiginius bei kitą informaciją;
- vartoti matematikos žodyną, pažymėjimus ir struktūrą sąvokoms, ryšiams tarp jų nusakyti bei situacijoms modeliuoti.

Lietuvoje, bendrosiose programose, išsilavinimo standartuose matematinės komunikacijos gebėjimų ugdymui skiriama nemaža dėmesio, tačiau kol kas kompleksiskai matematinės komunikacijos gebėjimai plačiai tiriama nebuvo.

## TYRIMAS

Atlikto **tyrimo tikslas** – panagrinėti kai kurias matematinės komunikacijos, kaip svarbios matematinio raštingumo komponentės, dalis, remiantis atlikto tyrimo rezultatais diagnozuoti esamą padėtį, pateikti rekomendacijas, kaip būtų galima tobulinti matematikos mokymą. Straipsnyje nebus analizuojamos verbalinės matematinės komunikacijos formos. Pastebėsime, kad, parenkant uždavinius, kuriems išspręsti reikėjo naudotis įvairiomis matematinės komunikacijos formomis, atsižvelgta į moksleivių amžių ir tokio amžiaus (15–16 m.) paauglių kalbines, komunikacines galimybes bei išmoktas matematikos temas.

Testavimui naudoti parengti bukletai. Kiekvieną bukletą sudarė trys dalys. Pirmojoje dalyje pateikti uždaviniai. Antrojoje bukletą dalyje pateikti klausimai, skirti bendrajai informacijai apie tiriamuosius surinkti, moksleivių nuostatomis į matematikos mokymą analizuoti ir klausimai apie matematikos pamoką. Trečiojoje dalyje tiriamiesiems pateikti klausimai apie spęstus uždavinius. Atsakymams į antrosios ir trečiosios dalies klausimus buvo skirta 15 minučių. Parengti du bukletų variantai skyrėsi kai kuriais uždaviniais bei su šiais uždaviniais susijusiais klausimais.

Prieš pradėdant tyrimą, vienoje mokykloje (Gabijos gimnazijoje) buvo atliktas žvalgomas tyrimas. Rezultatų analizės pagrindu buvo pakoreguoti uždaviniai, klausimai bei patikslintos parengtos darbų kodavimo instrukcijos.

**Tiriamieji.** Tyrime dalyvavo 10-ųjų klasių moksleiviai. Testavimas vyko 22-jose atsitiktinai parinktose Kauno apskrities mokyklose bei trijose Vilniaus apskrities mokyklose. Sudaryta sluoksninė imtis, t.y. pasirenkant mokyklas sluoksniais imta mokyklų tipai bei vietovė (miestas, priemiestis, rajono centras, kaimas). Kauno apskrities mokyklose testus administravo Kauno apskrities švietimo inspekcijos darbuotojai. Testuoti 496 moksleiviai: 56% (280) – mergaičių ir 44% (216) – berniukų. 22% testuotųjų moksleivių mokosi apskričių centruose, 37% – rajonų centruose, 40% – kaimo mokyklose.

## TYRIMO REZULTATŲ ANALIZĖ

Viena svarbi matematinės komunikacijos sudedamųjų dalių – gebėjimas skaityti, suprasti ir matematikos pagalba apdoroti įvairiais būdais (žinyuose, taisyklėmis, lentelėmis, grafikais, diagramomis ir kt.) pateiktą informaciją bei ja remiantis daryti pagrįstus sprendimus. Panagrinėkime į šių gebėjimų tikrinimą orientuotą pavyzdį (dėl ribotos straipsnio apimties apsiribosime vieno pavyzdžio detalio analize).

## Pavyzdys.

### Pirmas uždavinys

Lenteleje pateikti medaus pavadinimai, masės ir kainos.

1. Kiek sumokėtume pirkdami 2 indelius viržių ir 3 indelius ekologiško medaus?
2. Kiek kainuoja 450 g. dirbtinio medaus?
3. Išdėstykite ne Lietuvoje pagamintų medaus produktų pavadinimus pradedant pigiausiu, baigiant – brangiausiu.

Lietuviškas medus	Vieno indelio	
	Masė	Kaina
Paprastas	450 g	14,95 Lt
Vėlyvasis vasaros	450 g	24,95 Lt
Viržių	29,95 Lt	
Ne Lietuvoje pagamintas medus		
	Masė	Kaina
Rapsų	450 g	11,95 Lt
Kanadietiškas	450 g	13,95 Lt
Paprastas	425 g	11,35 Lt
Ekologiškas	450 g	20,95 Lt
Biologiškas	450 g	29,95 Lt
Dirbtinis	750 g	18,00 Lt

1 lentelėje pateikti šio uždavinio sprendimo rezultatai.

Šis uždavinys buvo pateiktas 238 moksleiviams. Paprastumo dėliai buvo atliktas kodavimo instrukcijos perkodavimas į taškus. Tuomet atsakymas į pirmąjį klausimą (priklausimai nuo to kiek išsamiai atsakyta) buvo vertinamas 0; 0,5 arba 1 tašku. 0 taškų (bendras ši taškų skaičių surinkusių moksleivių procentas – 6,7% [95% pasikliauties intervalas (3,6%; 9,85%)], miestuose – 11,1%, rajonų centruose – 4,8%, kaimuose – 6,1%) buvo įvertinti šio uždavinio klausimo nesprendę arba neteisingai iš lentelės perskaitę informaciją moksleiviai. 0,5 taško (bendras ši taškų skaičių surinkusių moksleivių procentas – 22,3% [95% pasikliauties intervalas (17%; 27,6%)], miestuose – 20,4%, rajonų centruose – 25,3%, kaimuose – 21,2%) buvo įvertinti moksleiviai, neteisingai supratę klausimą (t.y. atsakyme atskirai pateikę pinigų sumas, kurias sumokėtume už du indelius viržių ir tris indelius ekologiško medaus). Toks sprendimas neturėtų būti laikomas klaidingu (jis – nepilnas). Norint atkreipti dėmesį į šį dažnai pasitaikantį atvejį, buvo įvestas papildomas šio uždavinio klausimo įvertinimas 0,5 t. Pastebėsime, kad panašiai pasielgta vertinant ir kitus uždavinius. 1 tašku (bendras ši taškų skaičių surinkusių moksleivių procentas – 71% [95% pasikliauties intervalas (65,2%; 76,8%)], miestuose – 68,5%, rajonų centruose – 69,9%, kaimuose – 72,7%) įvertinti teisingai uždavinio klausimą išsprendę moksleiviai. Atkreipsime dėmesį į tai, kad net 29% moksleivių [95% pasikliauties intervalas (23%; 35%)] nesugebėjo teisingai perskaityti lentelės arba nesuprato, ko jų klausama.

Analogiškai atlikta antrosios ir trečiosios uždavinio dalių sprendimo analizė leidžia daryti išvadas, kad miesto mokyklų vaikai šį uždavinio klausimą sprendė geriau nei jų

1 lentelė. Pirmo uždavinio sprendimo rezultatai

	1 klausimas		2 klausimas		3 klausimas	
	Skaičius	%	Skaičius	%	Skaičius	%
0,0	16	16,7%	45	18,9%	144	60,5%
0,5	53	22,3%	4	1,7%	–	–%
1,0	169	71,0%	189	79,4%	35	14,7%
2,0					59	24,8%

*bendraamžiai iš rajono centrų bei kaimo mokyklų* (šią išvadą gauname ir pasinaudoję Pirsono  $\chi^2$  kriterijumi, reikšmingumo lygmuo  $\alpha = 0,01$ ).

Atkreipiame dėmesį, jog šio tipo uždavinių (skaičiaus dalies radimo uždavinių) moksleiviai buvo mokomi jau nuo 6–7 klasės, o dauguma mokyklinės chemijos uždavinių suvedama į standartinius skaičiaus dalies radimo uždavinius.

Pastebėsime, kad dauguma moksleivių su panašaus konteksto matematinio uždaviniu susiduria gana dažnai (pvz., kai, turėdami ribotą pinigų kiekį, apsilanko parduotuvėje). Rezultatai rodo, kad gana nemažai daliai vaikų (dešimtokų!) šie uždaviniai dar neįveikiami.

Apie kiekvieną atlikto testo uždavinį moksleivių buvo klausama, *ar jie dažnai per pamokas arba namie sprendžia uždavinius, panašius į atliktą testo uždavinį*. Gautieji rezultatai rodo, kad mokykloje nagrinėjamų komunikacinių gebėjimų lavinimui 10-oje klasėje neskiriama deramo dėmesio. Antra vertus, rezultatai gana dėsningi turint mintyje vaikų atsakymus apie matematikos pamoką ir išvadas apie vadovėlius (S. Zybartas, 2000), iš kurių mokomi vaikai.

Paanalizuokime, kaip koreliuoja *naginėjamojo uždavinio* rezultatai su atsakymais į kai kuriuos anketos klausimus. Tuo tikslu naudosime Kendalo rangų koreliacijos koeficientą.

Patikrinę hipotezes apie koreliacinio ryšio egzistavimą apskaičiuotiems Kendalo koreliacijos koeficiento įverčiams, gauname, kad tarp atitinkamų požymių (tarp pirmojo uždavinio 1–3 dalių sprendimų rezultatų ir matematikai mokytis ne pamokų metu skiriamą laiką, nuostatų į teiginį, jog svarbu mokytis matematikos bei trimestro pažymio) nustatyti silpni koreliaciniai ryšiai (pedagoginiuose tyrimuose, hipotezės pagalba nustatčius koreliacinį ryšį, siūloma laikyti jį silpnu, jei gautos koreliacijos reikšmės modulis mažesnis už 0,4, Гласс Дж., Стэнли Дж. 1976.).

## IŠVADOS

Analogiškai pateiktam pavyzdžiui, išnagrinėję visus uždavinius, galime daryti šias išvadas:

- Nagrinėtiems moksleivių komunikaciniams gebėjimams lavinti mūsų mokykloje skiriamas nepakankamas dėmesys. Pastebėsime, kad daugelyje pasaulio šalių tokio tipo uždaviniai yra laikomi pagrindinės mokyklos funkcinio (minimalaus) matematinio raštingumo uždaviniais (nesugebėjimo spręsti tokio tipo ir panašaus sudėtingumo uždavinių siejamas su galimu diskomfortu gyvenent visuomenėje). Manytume, šią išvadą galima paaiškinti tuo, kad mokykloje vis dar vyrauja į reproduktyvų žinojimą orientuoti mokymo metodai ir matematikos vadovėliai. Tyrimo rezultatai rodo, jog, mokydami matematikos, dauguma mokytojų remiasi vadovėliu. Naujų ugdymo principų atitinkančių vadovėlių rašymas ir įdiegimas turėtų gerokai paspartinti matematikos mokymo reformą ir būti vienu pagrindinių matematikos mokymo kaitos ramsčių. Labai svarbu suteikti mokytojams galimybę išsamiai susipažinti su mokymo metodikomis, kurios remiasi konstruktyvistiniais

ugdymo principais ir yra orientuotos į interpretyvųjį matematikos žinojimą. Reikia pasakyti, jog kol kas šia tema mokytojams skirtos literatūros Lietuvoje išleista labai mažai.

- Dauguma atvejų nagrinėtų komunikacinių gebėjimų mergaičių ir berniukų rezultatai nesiskiria. Galėtume paminėti, jog tiriant gebėjimą naudotis matematikos žodynu (ženklais, pažymėjimais, terminais, matematinės kalbos logika ir struktūra) idėjoms ir ryšiams suprasti bei apibūdinti, pateiktą informaciją naudoti situacijoms modeliuoti ir gautus rezultatus pateikti įvairiais būdais: raštu, diagramomis, grafikais, formulėmis ir pan., berniukų rezultatai buvo geresni nei mergaičių.
- Miestų mokyklų vaikų tirti matematinės komunikacijos gebėjimai labiau išlavinti nei kaimų ir rajonų centrų mokyklų vaikų. Manytume, kad pagrindinės šią išvadą sąlygojusios priežastys yra šios: geresnis miestų mokyklų vaikų tėvų išsilavinimas (šią priežastį atskleidė ir TIMSS tyrimų rezultatai) bei didesnės galimybės miestų vaikams naudotis naujomis informacinėmis technologijomis (internetu, kompiuterinėmis enciklopedijomis ir pan.).

## References

- [1] *Bendrojo išsilavinimo standartai*, Projektas, 2 dalis, Vilnius, Leidybos centras (1997).
- [2] *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, USA, NCTM (1992).
- [3] J. Hiebert, Reflection and communication: cognitive considerations in school mathematics reform, *International Journal of Educational Research*, **17**(5), 439–456 (1992).
- [4] *Lietuvos bendrojo lavinimo mokyklos bendrosios programos*, Vilnius, Leidybos centras (1997).
- [5] *Mathematics Curriculum Framework*, Australian Capital Territory Department of Education and Training, Canberra (1994).
- [6] *Mathematics Framework*, Draft, OECD PISA (1998).
- [7] *Tarptautinių žodžių žodynas*, Vilnius, Mintis (1969).
- [8] *The National Curriculum*, England, London, Department for Education (1995).
- [9] *The Oxford Popular Dictionary*, U.K., Oxford University Press (1998).
- [10] S. Zybartas, *Matematikos mokymo lyginamoji analizė Skandinavijos šalių ir Lietuvos švietimo sistemose*, edukologijos daktaro disertacija, Vilnius, VPU (2000).
- [11] Дж. Гласс, Дж. Стэнли, *Статистические методы в педагогике и психологии*, Москва, Прогресс (1976).

## On this issues of developing mathematical communication abilities of 10th form pupils

S. Zybartas

The last Education reform in Lithuania has been going on for about 15 years. One of the most important parts of the reform is development and implementation of modern, valid, reliable and objective evaluation and assessment system. This paper will focus on assessing general, mathematical skills (enabling skills) of 10th grade students: assessing skills of mathematical communication.