Liet. matem. rink., T. 43, spec. nr., 282–286

Daugiakriterinių optimizavimo uždavinių sprendimo strategijos panaudojant kompiuterių tinklą

Tomas PETKUS (VPU)
el. paštas: itk@vpu.lt

1. Įvadas

Praktikoje kylantys uždaviniai dažnai būna daugiakriteriniai [1]. Dažniausiai idealus sprendinys vieno kriterijaus atžvilgiu gali būti absoliučiai nepriimtinas kito kriterijaus požiūriu, todėl tenka ieškoti optimalaus sprendinio, kuris kompromisiškai tenkintų visus kriterijus.

Daug įtakos daugiakriterinio optimizavimo uždavinio sprendimui turi žmogaus dalyvavimas to uždavinio sprendimo eigoje. Būtent žmogus parenka svorio koeficientų reikšmes kriterijams atskiruose uždavinio sprendimo etapuose. Žmogus uždavinio sprendimo metu analizuoja gautus tarpinius sprendinius ir turėdamas tiek formalių, tiek neformalių žinių gali ignoruoti kai kuriuos, kad ir sąlyginai didelius nukrypimus.

Nagrinėkime tokį daugiakriterinį uždavinį [3]:

$$\min_{X=(x_1,\ldots,x_n)\in\overline{A}} f_j(X), \quad j=\overline{1,\mu}, \tag{1}$$

čia $\overline{A}$ – apibrėžimo sritis, $A \subset R^n$,

μ – kriterijų, sudarančių uždavinį (1), skaičius,

$f_j(X)$: $R^n \to R^1$ – kriterijai, tolydžios funkcijos.

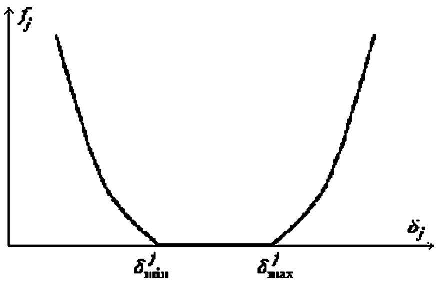
Tarkime, kad funkcijos $f_j(X)$, $j=\overline{1,m}$, $(m \leqslant \mu)$ tarp $f_j(X)$, $j=\overline{1,\mu}$, turi tokias savybes:

1. $f_j(X)=\min_{Y\in\overline{A}} f_j(Y)=0$, kai $X \in \overline{A}_j \subset \overline{A}$.
2. $f_j(X)=f_j(\delta_j(X))$, t.y., funkcijos $f_j(\cdot)$ priklauso nuo funkcijų $\delta_j(X)$.
3. $f_j(X)=\min_{Y\in\overline{A}} f_j(Y)$, kai $\delta_j(X)\in[\delta^j_{\min},\delta^j_{\max}]$.

Iš paskutiniosios savybės matome, kad $f_j(\cdot)$ priklausomybė nuo $\delta_j(X)$ turi pastovių reikšmių intervalą, kai $\delta_j(X)\in[\delta^j_{\min},\delta^j_{\max}]$ (žr. 1 pav.).

Vienas iš būdų (klasikinis) spręsti uždavinių sistemą (1) – suvesti ją į vieno kriterijaus uždavinį, susumuojant atskirus kriterijus, prieš tai juos padauginus iš teigiamų koeficientų λ_j, $j=\overline{1,\mu}$ [1]:

$$\min_{X=(x_1,\ldots,x_n)\in\overline{A}} \sum_{j=1}^{\mu} \lambda_j f_j(X). \tag{2}$$



1 pav. $f_j(\cdot)$ priklausomybė nuo $\delta_j(X)$.

Parenkant skirtingas koeficientų λ_j, $j = \overline{1, \mu}$ reikšmes ir daug kartų sprendžiant uždavinį (2), gaunami skirtingi Pareto [2] aibės taškai (sprendiniai), iš kurių parenkami geriausiai tenkinantys tyrinėtojo keliamus reikalavimus.

Siūlomas toks interaktyvaus optimizavimo metodas:

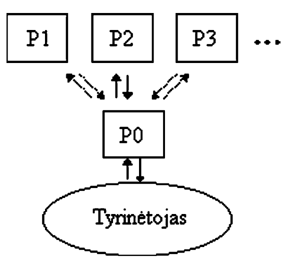
1. Optimizavimo uždavinys sprendžiamas lygiagrečiai su skirtingomis svorio koeficientų λ_j reikšmėmis: skirtingi kompiuteriai sprendžia tą patį uždavinį, tik su skirtingais koeficientų λ_j reikšmių rinkiniais. Uždavinys sprendžiamas kompiuterius suskirsčius į „*šeimininką*“ ir „*darbininkus*“. Kompiuteris-*šeimininkas* (P0) kontroliuoja visų kompiuterių-*darbininkų* (P1, P2, P3, ...) darbo eigą, o kompiuteriai-*darbininkai* vykdo kompiuterio-*šeimininko* paskirtas užduotis (žr. 2 pav.).

2. Gauti tarpiniai rezultatai vizualiai palyginami ir kompiuterių tinklui kuriamos naujos užduotys. Tyrinėtojas, atsižvelgdamas į kompiuterio-*šeimininko* pateiktus duomenis, parenka naujus svorio koeficientų λ_j reikšmių rinkinius vienkartiniam optimizavimo uždaviniui (2) spręsti. Šias reikšmes kompiuteris-*šeimininkas* siunčia vienam iš kompiuterių-*darbininkų*.

Tyrinėtojas pradeda spręsti užduotį pateikdamas kompiuteriams įvairius pradinius duomenis. Tai tęsiasi, kol tyrinėtoją tenkina gauti rezultatai.

Vienkartinio uždavinio (2) sprendimo trukmė yra $t_v = t_f + t_s + t_\varepsilon$, čia t_f – užduoties formavimo trukmė, t_s – užduoties sprendimo trukmė, t_ε – duomenų persiuntimo ir kitos laiko sąnaudos.

Nagrinėsime atvejį, kai $t_\varepsilon \ll t_f$, o $t_\varepsilon \ll t_s$. Tai natūrali sąlyga, kai sprendžiamas sudėtingas daugiakriterinis optimizavimo uždavinys. Tuomet galima neatsižvelgti į t_ε ir analizuoti, kai $t_v = t_f + t_s$. Šiuo atveju turi galioti nelygybė $t_f < t_s$, kitaip uždavinį ga-



2 pav. Interaktyvios analizės struktūra.

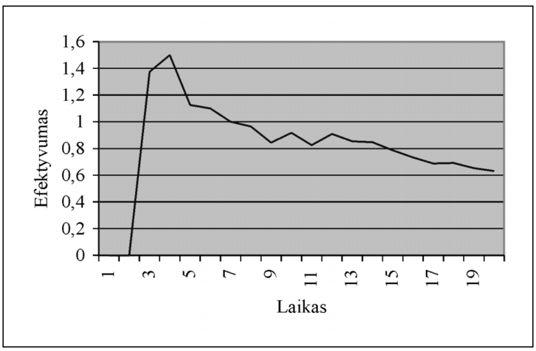
lima spręsti naudojant tik vieną kompiuterį. Uždavinio sprendimo trukmė t_s yra pastovi, t.y., mes darome prielaidą, kad uždavinio parametrai nedaro jai jokios įtakos.

Kriterijus, naudojamas kompiuterių tinklo panaudojimo efektyvumui nustatyti skaičiuojamas pagal formulę: $E_p = \frac{S_p}{p}$. Jo reikšmėms nustatyti skaičiuojamas pagreitėjimas $S_p = \frac{T_v}{T_p}$, kai T_v – uždavinio sprendimo vienu kompiuteriu trukmė, T_p – laikas, per kurį pasiektas ne prastesnis rezultatas (jungtinis kriterijus) naudojant p kompiuterių.

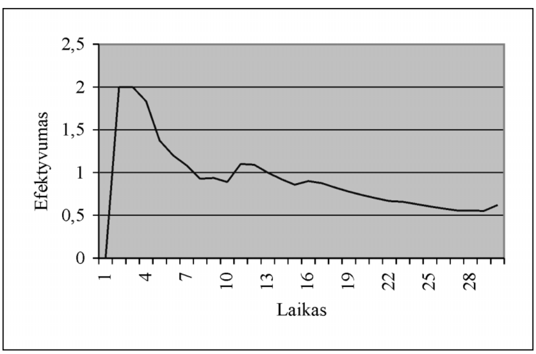
Jungtinio kriterijaus reikšmės skaičiuojamos pagal formulę $V_i = \sqrt{K_i^2 + S_i^2}$; i – laiko momentas, K_i – normuota gauta savikaina, S_i – normuoti suminiai reikalavimų pažeidimai. S_i reikšmės yra suvestos į intervalą [0; 1] pasinaudojant formule $S_i = \frac{S_i' - a}{b - a}$, a – mažiausias gautas suminis pažeidimas, b – didžiausias gautas suminis pažeidimas; S_i' – suminiai reikalavimų pažeidimai. K_i reikšmės gaunamos analogiškai kaip ir S_i.

Tyrimo metu kiekvienas uždavinys buvo sprendžiamas nemažiau kaip 30 minučių. Uždavinio sprendimo eigoje tyrinėtojas suformuoja ne vieną dešimtį užduočių ir gauna tiek pat sprendinių. Laiko momentai fiksuojami kas minutę, pradedant nuo uždavinio sprendimo pradžios. Šiuo būdu gauti rezultatai pateikiami 3, 4 pav.

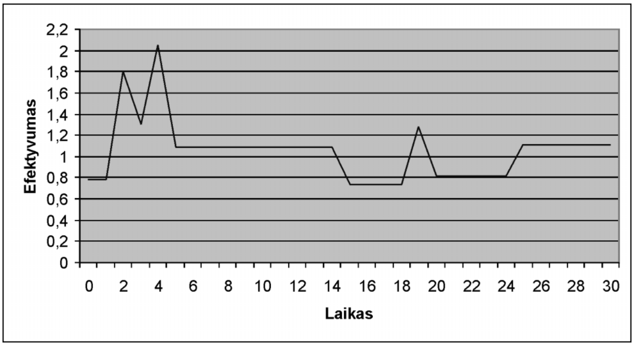
Analizuojant eksperimentų rezultatus, kurių pavyzdžiai pateikti 5, 6 pav., matome ryškų kompiuterių panaudojimo efektyvumo išaugimą uždavinio sprendimo pradiniame



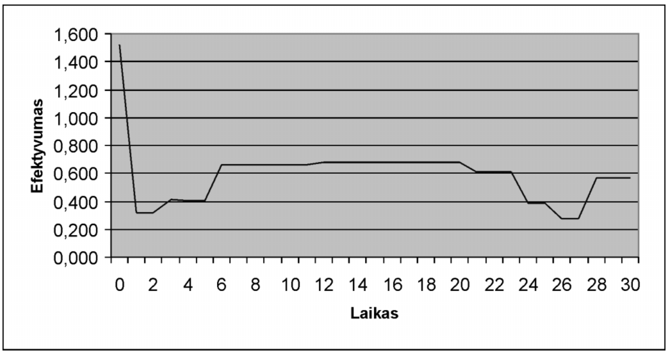
3 pav. Efektyvumo vertinimas uždavinį sprendžiant supaprastinta strategija, naudojant keturis kompiuterius-*darbininkus*, kai VUST lygi 2 minutėms.



4 pav. Efektyvumo vertinimas uždavinį sprendžiant supaprastinta strategija, naudojant du kompiuterius-*darbininkus*, kai VUST lygi 1 minutei.



5 pav. Efektyvumo vertinimas naudojant keturis kompiuterius, kai vienkartinio uždavinio sprendimo trukmė 2 minutės.



6 pav. Efektyvumo vertinimas naudojant du kompiuterius, kai vienkartinio uždavinio sprendimo trukmė 1 minutė.

etape. Efektyvumo padidėjimo rodiklis viršija vienetą. Akivaizdu, jog pasirinktą uždavinio sprendimo strategiją vienam procesoriui galima tobulinti.

Uždavinio sprendimui vienu kompiuteriu buvo sukurta nauja strategija: keliems pirmiesiems vienkartinio sprendimo uždaviniams svarbos koeficientus kompiuteris parenka atsitiktinai. Tuo taupomas užduoties formavimo laikas ir kaip matoma iš vėlesnių eksperimentų tyrinėtojo „ankstyvas" dalyvavimas uždavinio sprendime turėjo neigiamos įtakos uždavinio sprendimo trukmei.

Išvados

Kompiuterių tinklo panaudojimas daugiakriterinio optimizavimo uždaviniams spręsti interaktyviai leido sukurti tobulesnę uždavinio sprendimo strategiją tiek panaudojant kompiuterių tinklą, tiek sprendžiant vienu kompiuteriu.

Literatūra

[1] B. Karpak, S. Zionts (Eds.), Multiple criteria decision making and risk analysis using microcomputers, NATO ASI Series, Series F, *Computer and Systems Sciences*, Vol. 56, Springer (1989).

[2] S. Zionts, Multiple criteria mathematical programming: an updated overview and several approaches, in: B. Karpak, S. Zionts (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making and Risk Analysis Using Microcomputers*, NATO ASI Series, Series F: *Computer and Systems Sciences*, Vol. 56, Springer (1989), pp. 7–60.

[3] T. Petkus, *Kompiuterių tinklo panaudojimas interaktyviame optimizavime*, Vilnius (2001).

New strategies to solve multi criteria optimization problems applying a computer network

T. Petkus

The strategy of multicriteria optimization of interactive problem solution is analyzed in the article. The experiments with a computer network suggest a more effective strategy to solve a problem applying a single computer. The experiments corroborated the results.