Liet. matem. rink, **46**, *spec. nr.*, 2006, 127–130

Temų perdengimo metodika kuriant bazinį matematikos kursą

Bronislovas BURGIS (KTU)
el. paštas: bronius.burgis@ktug.lt

Darbe nagrinėjama metodika, kuri buvo pritaikyta autoriaus išleistoje knygoje „Matematikos mokymosi knyga. Moksleiviams ir studentams“ [1]. Tikslas – parodyti, kaip pertvarkyti bazinį vidurinės ir aukštosios mokyklos matematikos kursą, kad tos pačios temos būtų pateiktos kitaip, integruojant susijusius dalykus. Beveik visos matematikos temos daugiau ar mažiau „dengia“ viena kitą. Temų perdengimas reiškia, kad dengimo procedūrą atlikus iš naujo, bazinis kursas taptų trumpesnis, aiškesnis, mokyti ir mokytis būtų patogiau.

Problemos aktualumas

Silpną moksleivių matematinį parengimą savo straipsniuose konstatavo ne vienas autorius: „2001 metais net 84% moksleivių nesugebėjo įrodyti teiginio: „paeiliui sujungę iškilojo keturkampio kraštinių vidurio taškus, gauname lygiagretainį“. 2004 metais 39,75% mokinių nesurado funkcijų $y = \log_2 x$ ir $y = 5 - \log_2(x + 4)$ grafikų susikirtimo taškų ordinačių“. 2005 metais valstybinio matematikos brandos egzamino neišlaikė 20,2% moksleivių [2].

„Pastaraisiais metais Vytauto Didžiojo universitete (VDU) bei Kauno technikos kolegijoje (KTK) studijuojančių studentų matematikos dalyko pažymių vidurkis mažėja, žinių lygis krinta“ [3].

2004 metais atlikus nacionalinį mokinių pasiekimų tyrimą (matematikos testus sprendė 2030 šeštos klasės mokinių iš 171 mokyklos), paaiškėjo, kad apie 40 proc. mokinių yra pasiekę tik „patenkinamą pasiekimų lygmenį“ [4].

Kita vertus, dirbant individualiai pagal gerai parengtas programas, pasiekta puikių rezultatų. 2006 metais pasaulinėje jaunųjų matematikų olimpiadoje Lietuvos komanda buvo 34 (iš 90), aplenkė Suomijos (39), Švedijos (43), Estijos (44), Latvijos (53) komandas. Tai akivaizdus skirtumas nuo „*Trends in International Mathematics and Science Study*“ (*TIMSS*) tyrėjų 2003 metais gautų rezultatų, testavus aštuntųjų klasių moksleivius: Lietuvos moksleivių balų vidurkis buvo 502, mūsų šalį aplenkė ir Latvija (508), ir Estija (531). Galima pasidžiaugti, kad tarptautinį vidurkį (466) mūsų šalies moksleiviai viršijo, bet, nekeičiant mokymo turinio, rezultatai gali pablogėti.

Matematikos programų ir standartų tobulinimui daug dėmesio jau seniai skiriama daugelyje šalių [5].

1 lentelė

Šaltinis / Psl. sk.	sin(x)	cos(x)	tg(x)	ctg(x)
Matematika 11, II dalis	9	7	7	5
Matematika 10 ir G II	13,5	10	6	3,5

Mokymo rezervai

Norėdami geriau išmokyti matematikos, mokytojai ir dėstytojai dažniausiai reikalauja daugiau laiko (pamokų, paskaitų, praktinių užsiėmimų). Kur kas mažiau pastebimi du rezervai: nereikalingos ar neproporcingai ištęstos temos ir netinkamas temų komponavimas. Bent kas penkmetį verta perdengti (iš naujo sukomponuoti) temas, optimizuoti kursą. Deja, ši metodika apleista.

Palyginkime trigonometrijos funkcijoms skirtą vietą dviejose skirtingu laiku išleistose mokymo knygose [6, 7] (1 lentelė).

Matome, kad proporcijos beveik nepasikeitė. Svarbiausia, kad nė nebandyta perdengti tas temas, vienu metu aiškinant visas keturias funkcijas. Taip ne tik galima sutaupyti apie 50 % vietos vadovėlyje ir laiko mokymui, bet ir aiškiau, suprantamiau, logiškiau pateikti medžiagą. Individualiai dirbdamas su abiturientais, straipsnio autorius yra išbandęs šią metodiką.

Kitas pavyzdys. Mokykloje ilgai ir išsamiai nagrinėjama funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$, o tik aukštojoje mokykloje pirmakursiams paaiškinamas parabolės apibrėžimas ir išvedama ar tik parodoma lygtis $y^2 = 2px$. Šią temą būtina pateikti kitaip.

Perdengiant vidurinės ir aukštosios mokyklos temas, visai nebūtina išplėsti kurso, svarbu tinkamai parodyti ryšius ir kurso perspektyvą. Pavyzdžiui, JAV Kolorado valstijos matematikos mokymo standartuose įrašyta (9–12 klasėms): „*demonstrate the meanings of area under a curve and length of an arc*“. Akivaizdu, kad plačiau tos temos išdėstomos aukštosiose mokyklose, bet smalsumas sužadinamas kuo anksčiau. Deja, mūsų matematikos vadovėlių [6] autoriai mano, kad svarbiau įdėti lenteles su nuoroda „Įsiminkite“ ir tokiu turiniu: $\sin(0) = 0$, $\cos(-x) = \cos(x)$, $\cos(2\pi - x) = \cos(x)$, ...

Perdengimo galimybės

Nėra patikimų įrodymų, kad vienoks temų komponavimas (dengimas) yra pranašesnis prieš kitokį. Pavyzdžiui, Berry College (JAV) programa mūsų universitetuose įprastas kelių kintamųjų funkcijų ir lauko teorijos temas aprašo taip: *Multivariable calculus, including functions of several variables, vector-valued functions and applications, gradients, vector fields, line and surface integrals, Green's theorem, Stokes' theorem.* Verta pasidomėti, kaip tai realizuojama ir kokie rezultatai.

Rengdamas minėtą mokymo priemonę [1], autorius išanalizavo visą bazinį matematikos kursą ir surado kurso suglaudinimo rezervų įvairiose srityse. Galima išskirti didesnes ir mažesnes dengimo sankirtos aibes.

Nedidelės dengimo sankirtos aibės:

- šaknys iš realiųjų ir šaknys iš kompleksinių skaičių;

- rodiklinės ir logaritminės funkcijos grafikai;
- progresijos ir eilutės;
- sudėtinės vieno kintamojo funkcijos išvestinė ir kelių kintamųjų funkcijos išvestinė;
- matricos ir determinantai;
- kreiviniai integralai ir lauko teorija;
- Bernulio formulė ir binominis skirstinys.

Didelės dengimo sankirtos aibės:

- trigonometrija – visos funkcijos iškart;
- visų rūšių integralai – iškart;
- tiesės ir plokštumos – dvimatė ir trimatė erdvė iškart.

Perdengus temas, pavyko vienoje knygoje apžvelgti 22 mokyklinės ir universitetinės matematikos skyrius, pateikti uždavinių, kurie patenka į 5–7 temų sankirtą.

Perdengimo pavyzdys

Sutrumpinę pateikiame [1] mokymosi knygos skyriaus „Kreivinių, paviršinių ir daugialypių integralų vienovė“ įžangą.

Kaip sukuriamas integralas?

1. Pasirenkama integravimo sritis:
   - x ašies intervalas – apibrėžtiniam integralui;
   - uždara xOy plokštumos (galima imti ir kitą koordinačių plokštumą) sritis – dvilypiam integralui;
   - uždara erdvinė sritis – trilypiam integralui;
   - kreivės dvimatėje arba trimatėje erdvėje atkarpa – kreiviniam integralui;
   - paviršiaus sritis – paviršiniam integralui.

   Nors ir neįprasta, visas tas sritis žymėkime raide D.
2. Imama (duota, pasirenkama...) integravimo funkcija F. Dažnai ji turi kokią nors geometrinę (kreivė, paviršius ir pan.), mechaninę (tankis, greitis ir pan.) prasmę.
3. Integravimo sritis D suskaidoma į n dalių (nebūtinai vienodo dydžio).
4. Kiekvienoje dalyje, kurios matas (ilgis, plotas, tūris) yra Δd_i laisvai pasirenkamas taškas P_i ir jame apskaičiuojama funkcijos F reikšmė $F(P_i)$.
5. Sudaroma sandaugų suma $\sum_{i=1}^{n} F(P_i) \cdot \Delta d_i$.
6. Šios *integralinės sumos* riba ir yra vienoks ar kitoks integralas:

$$I = \lim_{maks\,\Delta d_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} F(P_i) \cdot \Delta d_i .$$

Žinoma, ši schema gerokai supaprastinta, bet vis tiek nebereikia kiekvieną integralą konstruoti taip, lyg iki tol nieko panašaus nebuvo daryta.

Toliau parodomi skirtingų integralų apskaičiavimo bendrumai, pasirinkus, rodos, nepanašius integralus: kreivinį ir paviršinį.

Išvados

1. Geriau išmokyti matematikos galima ne vien ilginant tam skirtą laiką, bet ir geriau sukomponuojant temas.
2. Matematikos vadovėliuose, mokymo priemonėse yra nemažai perteklinės informacijos, kurią galima pašalinti perdengiant temas.

Literatūra

1. B. Burgis, *Matematikos mokymosi knyga. Moksleiviams ir studentams*, Naujasis lankas (2006).
2. J. Šinkūnas, A.P. Urbonas, Matematikos žinių vertinimo standartai ir baigiamieji egzaminai, *Liet. Mat. Rink.*, **45**(spec. nr.), 296–300 (2005).
3. A. Rutkienė, E. Augutienė, Studentų valstybinių ir mokyklinių baigiamųjų matematikos egzaminų įvertinimų palyginimas su I ir II sesijų rezultatais VDU bei KTK, *Liet. Matem. Rink.*, **45**(spec. nr.), 275–280 (2005).
4. V. Sičiūnienė, Žinių ir gebėjimų dermė: mokinių pasiekimų skaičiavimo srityje analizė, *Liet. Matem. Rink.*, **45** (spec. nr.), 291–296 (2005).
5. The Interactive Mathematics Program [Brochure], Emeryville, CA, Interactive Mathematics Program (1994).
6. *Matematika. Mokomoji knyga X klasei ir gimnazijų II klasei*, I dalis, Sudarė R.D. Šileikienė, Šviesa (2001).
7. *Matematika 11*, II dalis, TEV (2003).

SUMMARY

B. Burgis. Basic course of mathematics created by overlapping methodology of topics

How to decrease the redundancy in the textbooks of mathematics? How to improve the math curricula? Overlapping of topics is the source for improvement. Proposals of this article are based on the experience acquired in the process of writing a book of math examples for high school and university students.

Keywords: basic course, overlapping methodology, math curricula.