


## Palindromai mokykloje

Juozas Juvencijus Mačys 

*Vilniaus universitetas, Duomenų mokslo ir skaitmeninių technologijų institutas*  
Akademijos 4, LT-08663 Vilnius  
El. paštas: [juozas.macys@mii.vu.lt](mailto:juozas.macys@mii.vu.lt)

Įteiktas 2021 balandžio 12; publikuotas 2021 gruodžio 20

**Santrauka.** Straipsnyje aptariami įvairūs palindromai – žodžiai, sakiniai, skaičiai, daugianariai. Stengtasi parodyti, kad tema puikiausiai tiktų vidurinei mokyklai kaip tarpdalykinė ir suteiktų galimybę kūrybiškai pasireikšti mokiniams.

**Raktiniai žodžiai:** palindromas; grįžinys; anadromas; apgręžas; sangražinis daugianaris; sangražinių daugianarių skaidymas; ilgiausi žodžiai; Lišrel skaičiai

**AMS:** 08A40, 11T55

Kiekvienas iš mūsų yra susidūręs su palindromais. Jų yra įvairiausių – tai žodžiai palindromai, sakiniai palindromai, skaičiai palindromai, daugianariai palindromai. Taigi iš karto aiškus temos tarpdalykinis pobūdis, o ji pati labai tinka mokykloje tiek kalbų, tiek ir matematikos ar informatikos pamokose kaip faktų ir įdomybių šaltinis.

**Žodžiai ir sakiniai.** Iš mažens žinome keletą žodžių palindromų, tokių kaip ‚ėdė‘, ‚ėmė‘, ‚savas‘ ir nelabai vykusį sakinuką ‚Sėdėk užu kėdės‘, perskaitomų vienodai nuo pradžios ir nuo galo. Tokiems žodžiams labai tinka lietuviškas pavadinimas ‚grįžinys‘. Tarptautinis žodis ‚palindromas‘ labiau tinka moksle – kalbotyroje, matematikoje, informatikoje. ‚Palin‘ senovės graikų kalba reiškia ‚atgal‘, ‚dromos‘ siejasi su bėgimu ar bėgimo taku, ir terminas ‚palindromas‘ gerai atspindi dalyko esmę (plg. su žodžiais ‚palingenezė‘, ‚aerodromas‘, ‚kosmodromas‘, ‚dromaderas‘ ir kt.).

Kyla natūralus klausimas: o koks gi ilgiausias lietuviškas grįžinys? Ir iš karto pradėdame abejoti – ar tinka tik „lietuviški“ žodžiai, ar ir tarptautiniai; ar tik daiktavardžiai, ar ir kitos kalbos dalys; ar tik vienaskaitos vardininkas, ar ir kiti linksniai, ir t.t. Bet kadangi net žinynai skelbia ilgiausius lietuviškus žodžius ‚nebeprisikiškia-kopūsteliaujantiesiems‘ ir net ‚nebeprisivaizdotinklaraštinkaujantiesiems‘, turinčius 37 ir 43 raides (r.), tai kartais nebesirūpinsime, kuri tai kalbos dalis, kaip jis kaito-

mas, kiek jis vartojamas ir ar vartotinas. Žinoma, iš karto matome tokių žodžių (ar grįžinių) trūkumus, dirbtinumą, bet rekordai lieka rekordais.

Rašant šį straipsnį paaikšėjo, kad tie rekordai nesunkiai pagerinami: juk jeigu tinka naudininkas, tai neblogai ir kiti linksniai. Taigi ilgesni būtų žodžiai nebe su galūnėmis ‚tiesiems‘ (37 ir 43 r.), o su galūnėmis ‚čiuosiuose‘ (39 ir 45 r.): ‚nebeprisikiškiakopūsteliaujančiuosiuose‘ (39 r.), ‚nebeprisivaizdotinklaraštininkaujančiuosiuose‘ (45 r.). Beje, jau pats pamatinis žodis ‚vaizdotinklaraštininkauti‘ abejotinas, o žodyje ‚kiškiakopūsteliauti‘ kliūva intarpas -el-. Gal būt todėl buvo pasiūlytas (žr. [5]) žodis ‚kiškiakopūstlapiauti‘ ir atitinkamas žodis ‚nebeprisikopūstlapiaujančiuosiuose‘ (40 r.). Savo ruožtu, nusižiūrėję į žodžius ‚nebenori‘ ir ‚tebenenori‘ siūlome visur čia priešdėlį ‚nebe-‘ keisti priešdėliu ‚tebene-‘, ir turėsime dar dviem raidėmis ilgesnius ‚lietuviškus‘ žodžius: ‚tebeneprikopūstlapiaujančiuosiuose‘ (42 r.) ir ‚tebeneprisivaizdotinklaraštininkaujančiuosiuose‘ (47 r.). Beje, chemikai ‚tarptautinių‘ žodžių turi ir daug ilgesnių (žr. tą patį straipsnį [5]).

Žinoma, kitomis kalbomis sukurti ilgų žodžių lengviau – lietuvių kalba dėl savo žodžių darybos taisyklių tam nelabai tinkama. Bet yra kalbų, kuriose ilgiausio žodžio nėra ir būti negali. Pavyzdžiui, vokiškai kelintiniai skaitvardžiai rašomi vienu žodžiu, todėl ‚2345678-tasis lankytojas‘, užrašytas žodžiais, lietuviškai bus ‚du milijonai trys šimtai keturiasdešimt penki tūkstančiai šeši šimtai septyniasdešimt aštuntasis lankytojas‘, vokiškai – ‚der zweimillionendreihundertfünfundvierzigtausendsechshundertachtundsiebzigste Besucher‘, bet juk skaičių yra kiek norint didelių ir ilgų.

Ne tokie įdomūs trumpiausi žodžiai. Tai prielinksnis ‚i‘, jungtukas ‚o‘ (1 r.), daiktavardis ‚pa‘ (šokio žingsnis). Triraidžių daiktavardžių lietuvių kalboje nemažai: ‚šuo‘ (tik 1 skiemuo), ‚yla‘, ‚yda‘, ‚oda‘, ‚upė‘ ir kt. Kita vertus, sakinyje ‚Nuo a iki ž‘ žodis ‚a‘ taip pat yra daiktavardis, reiškiantis raidės a pavadinimą.

Grįžkime prie grįžinių (atleiskit už kalambūrą). Beveik visur paminimas ‚tikėkit‘ (7 r.). Galima nurodyti dar pavardę ‚Sartras‘ (prancūzų rašytojas Sartre) ir daiktavardį ‚arara‘ (5 r.; araros – tai tokie papūginiai paukščiai). Iš ilgesnių žodžių pavyko sugalvoti 9 raidžių grįžinius ‚sumalamus‘ (‚sumalamas‘ – veiksmazodžio ‚sumalti‘ dalyvis), ‚suminimus‘ (suminėti), ‚smaĩiams‘ (‚smaĩlis‘ – tas pat kaip ir ‚smalžiūs‘), ‚Smailiams‘ (Smailys – nereta lietuviška pavardė) ir net 11 raidžių ‚smailiams‘ (tai to paties ‚smailio‘ mažybinė forma). Bet 9 raidžių daiktavardžio vardininkų radau tik trejetą: ‚sanidinas‘ (mineralas), ‚salicilas‘ (vaistas), ‚satinitas‘ (pigmentas). Deja, čia taip pat tarptautiniai žodžiai, ir ‚lietuviškų‘ daiktavardžių dar reikia paieškoti (neradau netgi 7 ar 5 raidžių ‚lietuviškų‘ grįžinių – daiktavardžio vardininkų; vargu ar padėtų gelbsti akademiniam žodyne užfiksuoti vardininkai ‚sągas‘, ‚sąkas‘ ir ‚sālas‘).

Ilgų natūralių, nedirbtinių grįžinių nėra nei anglų, nei rusų kalbose. Ilgiausias šiose kalbose yra bene ‚rotavator‘ (‚rotavatorius‘ – tai prietaisas, naudojamas daržininkystėje ir sodininkystėje). Dar yra žodis ‚malayalam‘ – tai viena iš Indijos oficialiųjų kalbų; ja kalba ‚tik‘ 30 milijonų gyventojų, daugiausia Keralos valstijoje. Lietuviškai ta kalba vadinama malajalių kalba. Kalbos pavadinimas anglų ir kitomis kalbomis duoda 9 r. grįžinį. Beje, matematikams žodis ‚malayalam‘ gerai žinomas: šia kalba malajalių astronomas Madhava XVI a. paskelbė pirmąsias eilutes (pavyzdžiui,  $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ ) dviem šimtmečiais anksčiau už jų ‚atradėjus‘ Leibnicą ir Gregorį (žr. [3]).

Kartais palindromais pavadinami tokie žodžiai kaip ‚oda‘. Parskaičyti atbulai, jie taip pat turi prasmę, bet jau kitą (‚ado‘). Tokie žodžiai dažniausiai vadinami

anadromais, o lietuviškai juos tinka vadinti apgręžais. Susidarytas jų sąrašas (žr. priedus straipsnio gale) rodo, kad apgręžų, kaip ir grįžinių, lietuvių kalboje labai nedaug. Beje, absoliuti abejų dauguma (išskyrus keletą) prasideda ir baigiasi viena iš 8 raidžių: a, e, è, i, k, m, s, t.

Populiarūs ir sakiniai grįžiniai. Jų, net ir visai žaismingų, kitomis kalbomis prikurta be galo daug (pavyzdžiui, anglų „matematinis“ palindromas ‚Never odd or even‘ ar rusų ‚Kotu skoro sorok sutok‘, ‚Umer – i mir emu‘). Jomis parašyta ištisų palindrominių romanų, poemų. Lietuviškų sakinių be vardų ar kitų tikrinių daiktavardžių su bent šokia tokia prasme yra žinomi vos keli: ‚Kol einu, šunie, lok!‘, ‚Abu gaišo po šia guba!‘.

Pateiksime pluoštelį naujų grįžinių (tokius sakinukus kurti labai padeda apgręžų poros): ‚Supeik skiepus!‘, ‚Sušiams – maišus!‘, ‚Sula ar yra alus?‘, ‚Ieva, du davei?‘, ‚O kas sako?‘, ‚Anie net iki ten eina‘, ‚Sumėtė mus‘, ‚O man namo‘, ‚Etikes sekite!‘, ‚Etikė – bėkite!‘.

**Skaičiai.** Eikime prie matematikos. Labai aišku, kas yra skaičiai palindromai – tai 101, 2332 ir pan. Jų yra be galo daug, ir įdomesnių tarp jų irgi gausu. Pavyzdžiui, skaičius 11 – tai vienintelis pirminis palindromas, turintis lyginį skaitmenų skaičių. Tai įrodyti paprasta (pabandykite!). O štai įrodyti, kad pirminių skaičių palindromų yra be galo daug – nepavyks. Tai jau neišspręsta matematikos problema.

Dar paminėsime garsią Lišrel skaičių problemą. Imkime, pavyzdžiui, skaičių 56. Apsukime jį ir abu skaičius sudėkime:  $56 + 65 = 121$ . Gavome palindromą. Skaičių 57 apsuksime ir sudėję gausime  $57 + 75 = 132$ , nepalindromą, bet šį apsuksime ir sudėję gausime palindromą:  $132 + 231 = 363$ . Skaičius 59 tampa palindromu po trijų tokių žingsnių:  $59 + 95 = 154$ ,  $154 + 451 = 605$ ,  $605 + 506 = 1111$ . Pasirodo, kad skaičiui 89 tapti palindromu reikia net 24 žingsnių. Vis dėlto visi tolesni skaičiai tapdavo palindromais, kol nebuvo prieita iki 196 – šis skaičius niekaip nenorėjo tapti palindromu. Taip ir buvo suformuluota vadinamoji „problema 196“: ar skaičius 196 po baigtinio žingsnių skaičiaus tampa palindromu? Į skaičiavimus įsijungė šimtai informatikų, buvo pasiekti skaičiai, turintys milijonų milijonus skaitmenų, bet problema taip ir lieka neišspręsta.

Vienas iš informatikos entuziastų, mušančių skaičiavimų rekordus, Veidas VanLandingham'as (Wade VanLandingham) skaičius, kurie niekada netampa palindromais, pavadino Lišrel skaičiais (Lišrel (angl. Lychrel) – tai transformuotas jo bičiulės Šeril (angl. Cheryl) vardas). Pavadinimas prigijo, bet problema liko: ar egzistuoja bent vienas Lišrel skaičius? Pretendentų į tokį vardą daug, mažiausias iš jų – skaičius 196, bet kol kas matematikų pastangos bevaisės.

**Daugianariai.** Imkime kelis pavyzdžius:

$$3x^3 + 2x^2 + 2x + 3, \quad x^6 - 3x^5 + 7x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 3x + 1.$$

Matome, kad koeficientai, vienodai nutolę nuo pradžios ir nuo galo (trumpiau – simetriniai koeficientai), yra lygūs. Tokie daugianariai vadinami sangražiniais daugianariais (labai tinkamas mokyklai gražus lietuviškas terminas, susišaukiantis su grįžiniu), palindrominiais polinomais, o trumpiau – tiesiog palindromais. Kadangi paprastai  $n$ -tojo laipsnio daugianariai imami su pirmuoju koeficientu 1, tai ir palindromus nagrinėsime tokius:

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1, \quad a_k = a_{n-k} \quad (k = 1, \dots, n-1).$$

Pirmojo laipsnio palindromas vienintelis – tai  $x + 1$ . Antrojo laipsnio palindromų bendrasis pavidalas yra

$$x^2 + ax + 1.$$

Jų jau daug matėme vadovėlyje: tai ir „paprasčiausias“  $x^2 + 1$ , ir  $x^2 - x + 1$ , pažįstamas iš kubų sumos  $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$ , ir kasdien sutinkami dvinarių kvadratai:

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2, \quad x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$

Matome, kad palindromą kartais galima išskaidyti į palindromų sandaugą, o kartais negalima išskaidyti į žemesnio laipsnio palindromus ( $x - 1$  nėra palindromas – jo koeficientai 1 ir  $-1$  nelygūs). Beje, iš karto aišku, kad kvadratinis palindromas  $x^2 + ax + 1$  išskaidomas į palindromus tik kai  $a = 2$ , nes turi būti

$$x^2 + ax + 1 = (x + 1)(x + 1).$$

Kubinio palindromo bendrasis pavidalas yra

$$x^3 + ax^2 + ax + 1.$$

Kadangi  $x = -1$  yra jo šaknis, tai jis dalijasi iš  $x + 1$ . Kitaip sakant, kubinį palindromą visada galima išskaidyti,  $x^3 + 1 + ax(x + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1) + ax(x + 1) = (x + 1)(x^2 + (a - 1)x + 1)$ , ir abu daugikliai yra žemesnio laipsnio palindromai.

Ketvirtojo laipsnio palindromo bendrasis pavidalas yra

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1.$$

Jį, kaip ir bet kurį ketvirtojo laipsnio daugianarį, visada galima išskaidyti į du kvadratinus trinarius (apie tai žr. [4]). Bet mus domina klausimas, kada šį palindromą galima išskaidyti į palindromus. Aišku, kad tai būtų tiesinio ir kubinio palindromų sandauga arba dviejų kvadratinių palindromų sandauga. Bet tiesinis palindromas vienintelis – tai  $x + 1$ , o kubinį palindromą galima išskaidyti ir gauti dar  $x + 1$ , vadinasi, gauname  $(x + 1)^2$  ir kitą kvadratinį palindromą. Taigi užtenka nustatyti, kada 4-tojo laipsnio palindromą galima išskaidyti į du kvadratinus:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = (x^2 + px + 1)(x^2 + qx + 1).$$

Atskliaudę ir sulyginę koeficientus prie  $x$  laipsnių, gauname sistemą

$$p + q = a, \quad pq = b - 2,$$

o iš jos kvadratinę lygtį  $p^2 - ap + b - 2 = 0$ . Jei lygties diskriminantas  $a^2 - 4b + 8$  neneigiamas, tai sistema turi sprendinį. Taigi 4-tojo laipsnio palindromas išskaidomas palindromais tada ir tik tada, kai  $a^2 - 4b + 8 \geq 0$ .

Pavyzdžiui, palindromas (kai  $a = 0$ ,  $b = 1$ )

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$$

palindromais išskaidomas, o palindromas (kai  $a = 0$ ,  $b = 5/2$ )

$$x^4 + 5x^2/2 + 1 = (x^2 + 1/2)(x^2 + 2)$$

palindromais neišskaidomas.

Išnagrinėkime keletą palindromų bendrų savybių.

1°. Kiekvienam  $n$ -tojo laipsnio palindromui  $P(x)$  teisinga lygybė

$$x^n P(1/x) = P(x). \quad (1)$$

Atvirksčiai, jeigu daugianario  $P(x)$  vyriausiasis koeficientas lygus 1 ir jam teisinga (1) lygybė, tai  $P(x)$  yra palindromas.

*Irodymas.* Sakykime, kad  $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1$  – palindromas. Tada

$$x^n P\left(\frac{1}{x}\right) = x^n \left( \frac{1}{x^n} + \frac{a_{n-1}}{x^{n-1}} + \dots + \frac{a_1}{x} + 1 \right) = 1 + a_{n-1}x + \dots + a_1x^{n-1} + x^n.$$

Simetriniai koeficientai lygūs, todėl paskutinis reiškinytis lygus  $1 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + x^n$ . Bet tai ir yra  $P(x)$ . Lygybė (1) įrodyta.

Atvirksčiai, sakykime, kad daugianariui  $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$  (1) lygybė teisinga. Tada

$$1 + a_{n-1}x + \dots + a_1x^{n-1} + a_0x^n = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0.$$

Kadangi du daugianariai lygūs, tai jų atitinkami koeficientai lygūs, t.y.  $1 = a_0$ ,  $a_{n-1} = a_1$ ,  $a_{n-2} = a_2$  ir t.t. O kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai  $P(x)$  yra palindromas.

2°. Kiekvienas nelyginio laipsnio palindromas turi šaknį  $x = -1$ .

*Irodymas.* Nelyginio laipsnio palindromą galima užrašyti taip:

$$\begin{aligned} & x^{2n+1} + a_{2n}x^{2n} + a_{2n-1}x^{2n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + 1 \\ &= (x^{2n+1} + 1) + a_1(x^{2n} + x) + a_2(x^{2n-1} + x^2) + \dots + a_n(x^{n+1} + x^n) \\ &= (x^{2n+1} + 1) + a_1x(x^{2n-1} + 1) + a_2x^2(x^{2n-3} + 1) + \dots + a_nx^n(x + 1). \end{aligned}$$

Matome, kad su  $x = -1$  visi skliaustai virsta 0.

Žinoma, galima remtis (1) lygybe,  $x^{2n+1}P(1/x) = P(x)$ . Įstatę  $x = -1$ , turime  $-P(-1) = P(-1)$ ,  $2P(-1) = 0$ ,  $P(-1) = 0$ .

3°. Jeigu  $c$  yra palindromo  $P(x)$  šaknis, tai ir  $1/c$  yra jo šaknis.

*Irodymas.* Kadangi  $c$  yra palindromo

$$P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + 1$$

šaknis, tai

$$c^n + a_{n-1}c^{n-1} + \dots + a_1c + 1 = 0,$$

o kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai ir

$$c^n + a_1c^{n-1} + \dots + a_{n-1}c + 1 = 0.$$

Matome, kad  $c \neq 0$  (kitaip būtų  $1 = 0$ ). Dalijame iš  $c^n$ :

$$1 + \frac{a_1}{c} + \dots + \frac{a_{n-1}}{c^{n-1}} + \frac{1}{c^n} = 0,$$

o tai reiškia, kad  $P(1/c) = 0$ , taigi  $1/c$  yra  $P(x)$  šaknis.

Ir vėl galėjome atlikti tai formaliau, remdamiesi (1) lygybe:  $x^n P(1/x) = P(x)$ . Įstatome  $x = c$ , tada  $c^n P(1/c) = P(c)$ . Kadangi  $P(c) = 0$ , tai ir  $P(1/c) = 0$ .

4°. *Nelyginio laipsnio palindromas dalijasi iš  $x + 1$ , o dalmuo yra lyginio laipsnio palindromas.*

*Įrodymas.* Sakykime, kad  $P(x)$  yra nelyginio laipsnio  $2n + 1$  palindromas. Kadangi remiantis 2° savybe  $x = -1$  yra jo šaknis, tai jis dalijasi iš  $x + 1$ . Taigi  $P(x) = (x + 1)g(x)$ , o  $g(x)$  – laipsnio  $2n$  daugianaris. Kadangi  $P(x)$  palindromas, tai pagal 1° savybę  $P(x) = x^{2n+1}P(1/x)$ . Į šią lygybę vietoj  $P(x)$  įstatome  $(x + 1)g(x)$ , o vietoj  $P(1/x)$  įstatome  $(1/x + 1)g(1/x)$ . Gauname  $(x + 1)g(x) = x^{2n+1}(1/x + 1)g(1/x)$ . Suprastinę turime  $g(x) = x^{2n}g(1/x)$ , o tai reiškia, kad  $g(x)$  yra lyginio laipsnio  $2n$  palindromas.

4° savybę galima apibendrinti taip:

5°. *Jeigu palindromas  $f(x)$  dalijasi iš palindromo  $g(x)$ , tai jų dalmuo  $h(x) = f(x)/g(x)$  taip pat yra palindromas.*

Šios savybės įrodymas panašus, ir jį paliekame skaitytojui. Įrodymą galima rasti knygoje [1].

6°. *Bet kuri lyginio laipsnio  $2k$  palindromą*

$$f(x) = x^{2k} + a_{2k-1}x^{2k-1} + \dots + a_1x + 1$$

*galima išreikšti kaip*

$$f(x) = x^k h(t),$$

*kur  $t = x + 1/x$ , o  $h(t)$  – tam tikras kintamojo  $t$   $k$ -tojo laipsnio daugianaris. Atvirksčiai, jeigu  $h(x)$  – bet kuris kintamojo  $t$  daugianaris su vyriausiuoju nariu  $t^k$ , tai  $x^k h(x + 1/x)$  yra  $2k$ -tojo laipsnio palindromas.*

*Įrodymas.* Iškeliamo  $x^k$  prieš skliaustus:

$$f(x) = x^k (x^k + a_{2k-1}x^{k-1} + \dots + a_1/x^{k-1} + 1/x^k).$$

Kadangi simetriniai koeficientai lygūs, tai

$$f(x) = x^k \left( (x^k + 1/x^k) + a_1(x^{k-1} + 1/x^{k-1}) + \dots + a_k \right).$$

Dabar užtenka įrodyti, kad  $x^k + 1/x^k$  galima išreikšti kintamojo  $t = x + 1/x$   $k$ -tojo laipsnio daugianariu. Bet tai padaryti paprasta, remiantis indukcija:

$$x^2 + 1/x^2 = (x + 1/x)^2 - 2 = t^2 - 2,$$

$$x^3 + 1/x^3 = (x^2 + 1/x^2)(x + 1/x) - (x + 1/x) = (t^2 - 2)t - t,$$

ir tęsdami turėsime

$$x^k + 1/x^k = (x^{k-1} + 1/x^{k-1})(x + 1/x) - (x^{k-2} + 1/x^{k-2}).$$

Kadangi  $x^{k-1} + 1/x^{k-1}$  yra  $(k - 1)$ -ojo laipsnio  $t$ -daugianaris, o  $x^{k-2} + 1/x^{k-2}$  yra  $(k - 2)$ -ojo laipsnio  $t$ -daugianaris, tai gauname  $k$ -tojo laipsnio  $t$ -daugianarį.

Atvirksčiai, jeigu  $h(t) = t^k + a_{k-1}t^{k-1} + \dots + a_1t + a_0$ , tai

$$\begin{aligned} P(x) &= x^k h(x + 1/x) \\ &= x^k(x + 1/x)^k + a_{k-1}x^k(x + 1/x)^{k-1} + \dots + a_1x^k(x + 1/x) + a_0x^k \\ &= (x^2 + 1)^k + a_{k-1}x(x^2 + 1)^{k-1} + \dots + a_1x^{k-1}(x^2 + 1) + a_0x^k \end{aligned}$$

yra  $2k$ -tojo laipsnio daugianaris. Bet jis tenkina (1) lygybę:

$$x^{2k}P\left(\frac{1}{x}\right) = x^{2k}\left(\frac{1}{x}\right)^k h\left(\frac{1}{x} + x\right) = x^k h\left(x + \frac{1}{x}\right) = P(x).$$

Remiantis 1° savybe,  $P(x)$  yra  $2k$ -tojo laipsnio palindromas.

Beje, lygtys  $P(x) = 0$ , kur  $P(x)$  – palindromas (= sangražinis daugianaris), mokykloje vadinamos sangražinėmis. Nelyginio laipsnio sangražinis daugianaris lygus dvinarinio  $x + 1$  ir lyginio laipsnio sangražinio daugianario sandaugai. O sprendami lyginio laipsnio  $2k$  sangražinę lygtį, dalijame iš  $x^k$  ir atliekame keitinį  $t = x + 1/x$ . Taip lygties laipsnis sumažėja perpus.

Straipsnį baigsime nurodydami dar vieną svarbią palindromų savybę. Pagrindinė algebros teorema reiškia, kad kiekvieną realųjį daugianarį galima išskaidyti tiesiniais ir kvadratiniais daugianariais (žr. [2]). Analogiška teorema palindromams skamba taip.

7°. (Pagrindinė algebros teorema palindromams.) *Kiekvieną palindromą galima išskaidyti pirmojo, antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromais.*

*Įrodymas.* Jeigu palindromo laipsnis nelyginis, tai remiantis 4° savybe jis dalijasi iš  $x + 1$ , ir gauname lyginio laipsnio palindromą. Todėl užtenka įrodyti, kad lyginio laipsnio palindromą galima išskaidyti antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromais. Remiantis 6° savybe jį galima užrašyti kaip  $x^k h(t)$ , kur  $t = x + 1/x$ , o laipsnio  $k$  daugianarį  $h(t)$  remdamiesi pagrindine algebros teorema skaidome tiesiniais ir kvadratiniais daugianariais,

$$h(t) = (t + m_1)(t + m_2) \dots (t^2 + n_1t + p_1)(t^2 + n_2t + p_2) \dots,$$

ir tų daugianarių laipsnių suma lygi  $k$ . Vadinasi,

$$x^k h(t) = x(t + m_1) \cdot x(t + m_2) \cdot \dots \cdot x^2(t^2 + n_1t + p_1) \cdot x^2(t^2 + n_2t + p_2) \cdot \dots$$

Bet dešinėje turime antrojo ir ketvirtojo laipsnio palindromus:

$$\begin{aligned} x(t + m) &= x(x + 1/x + m) = x^2 + mx + 1, \\ x^2(t^2 + nt + p) &= x^2(x^2 + 2 + 1/x^2 + nx + n/x + p) \\ &= x^4 + nx^3 + (p + 2)x^2 + nx + 1. \end{aligned}$$

7° savybė įrodyta.

## Apgrėžų ir grįžinių sąrašas

Žodžiai sudėti abėcėline tvarka (laikant, kad a = ą, e = ę = è, i = į = y, u = ū = ū). Apgrėžai pateikiami su savo „atvaizdu“, porose jie atskirti brūkšniu (pvz., slidus – sudils; pora savo

vietoje pakartota ir kaip sudils – slidus). Patogumo dėlei į sąrašą įtraukti ir grįžiniai, jie pažymėti lygybės ženklų (pvz., savas =, sūnūs =).

Žodžių rašyba ir formos patikrintos žodynuose. Nevengta ir trumpųjų, šnekamosios kalbos formų (pvz., mokyti, naman, ievom), bet vartotojas jam nepatinkančius žodžius gali tiesiog ignoruoti.

a =	amokas – sakoma	atakot – tokata	atlik – kilta
ą =	ana =	atakus – sukata	atlikta – atkilta
adė – ėda	ana kur – rukana	atare – erata	atlikus – sukilta
adės – sėda	anam – mana	atark – krata	atlipta – atpilta
ado – oda	anapus – su pana	atart – trata	atlipus – supilta
adom – moda	anei – iena	atartus – sutrata	atlot – tolta
Adomo komoda =	anei viena =	atata =	atlupkit – tik pulta
ados – soda	Anele – Elena	ate – eta	atlupta – atpulta
aga =	Anelės – sėlena	atėdus – sudėta	atlupus – supulta
agas – saga	angis – signa	ateik – kieta	atmerk – kremta
agnaus – su anga	anie – eina	ateis – sieta	atmerkta – atkremta
agoj – joga	anie eina =	atėmus – su mėta	atmerkus – sukremta
aha =	anie į – įeina	atėsta – atsėta	atmes – semta
ailas – salia	anie neina =	atgims – smigta	atmesta – atsemta
airi – iria	ankam – makna	atgimus – sumigta	atmetus – sutemta
airius – suiria	ano – Ona	atirus – surita	atmerk – krenta
aižem – mėžia	anodam – madona	atyrus – suryta	atnirt – trinta
aiži – ižia	anom – mona	atkak – kakta	atolas – salota
aižia =	anomis – Simona	atkakta =	atolus – sulota
ajė – ėja	anona =	atkakus – sukakta	atomus – sumota
akinom – Monika	anot – tona	atkalta – atlakta	atpilta – atlipta
akinot – tonika	apak – kapa	atkalus – sulakta	atpypta =
akit – tika	apavus – suvapa	atkarus – surakta	atpirk – kripta
akyt – tyka	ara =	atkeis – siekta	atpratus – sutarpta
akite – etika	arabus – subara	atkeista – atsiekta	atpulk – klupta
akla – alka	arara =	atkeitus – sutieکتa	atpulkit – tik lupta
aklam – malka	aratus – sutara	atkėlus – sulėkta	atpulta – atlupta
akom – moka	ardė – ėdra	atkilta – atlikta	atpus – supta
akram – marka	are – era	atkilus – sulikta	atpūtus – sutūpta
akrams – smarka	areis – siera	atkirtus – sutrikta	atras – sarta
akro – orka	arėt – tėra	atkoš – šokta	atraus – suarta
ala =	arias – saira	atkošta – atšokta	atritus – sutirta
alą – ąla	ar yra =	atkošus – sušokta	atruk – kurta
ąla – alą	ark – kra	atkrank – knarkta	atrukus – surkurta
ąlą =	arkit – tikra	atkremta – atmerkta	atseit – tiesta
alas – sala	aros – sora	atkurt – trukta	atsėk – kėsta
Alytun – nutyla	arus – sura	atkurtus – sutrukta	atsemta – atmesta
Alytus – sutyla	asą – ąsa	atkūrus – surūkta	atsės – sėsta
alka – akla	ąsa – asą	atkus – sukta	atėsta – atėsta
alo – ola	ąsą =	atkusta – atsukta	atsiek – keista
alsa – asla	asaba basa =	atkutus – sutukta	atsiekta – atkeista
aludes – sedula	asēm – mėsa	atlak – kalta	atsiekus – sukeista
alum – mula	asla – alsa	atlakta – atkalta	atsiet – teista
alus – sula	aslas – salsa	atlakus – sukalta	atsirk – krista
am – ma	aš – ša	atlašus – sušalta	atsuk – kusta



atsuks – skusta	esam – mase	įles – selį	jodo – odoj
atsukta – atkusta	et – te	ilgėk – kėgli	jodom – modoj
atsukus – sukusta	eta – ate	įlis – silį	jodos – sodoj
atšok – košta	etapus – supate	įlyt – tylį	joga – agoj
atšokta – atkošta	etate =	įlok – kolį	jogoj =
atšokus – sukošta	etika – akite	įlos – solį	joj =
atzyzta =	etikėm – mėkite	įlot – tolį	jojot =
atzyzus – suzyzta	etikės – sekite	įlsės – sėšli	jojos – sojoj
atženk – knežta	etikės – sėkite	įlsink – knisli	jojot – tojoj
atžėrus – surėžta	etiketus – sutekite	įlskit – tikslī	jokite – etikoj
atžūlus – sulūžta	etikoj – jokite	imami =	jolas – saloj
aū – ūa	etikom – mokite	imas – sami	jonam – manoj
ava =	etikoms – smokite	įmėš – šėmį	Jono – Onoj
avei – ieva	etikus – sukite	įmygį – įgymį	jot – toj
avie – eiva	etile – elite	imunūs – sūnumi	jote – etoj
cak – kac	etoj – jote	įnagi – įgani	jotoj =
cik – kic	etolas – salote	įnik – kinį	kac – cak
e =	etom – mote	įnikus – sukinį	kakta – atkak
ė =	etos – sote	įnišim – mišinį	kalat – talak
ėda – adė	etosus – susote	įnoks – skonį	kalį – įlak
ėdaus – suadė	eže =	įpykį – įkypį	kalta – atlak
ėdė =	gilus – sulig	įraus – suari	kalus – sulak
ėdra – ardė	į =	įrėks – skėrį	kapa – apak
ėdraus – suardė	ibi =	įrėžus – sužėrį	kar – rak
ėdūs – sūdė	įdegį – įgedį	iri =	kart – trak
eina – anie	įdės – sėdį	iria – airi	kartus – sutrak
eit – tie	įeina – anie į	irius – suiri	karus – surak
eiva – avie	iena – anei	irkit – tikri	kaus – suak
ėja – ajė	ieva – avei	iro – ori	kėdės – sėdėk
ėjo – ojė	ievom – movei	irot – tori	kedus – sudek
Elena – Anele	iežei =	įruk – kurį	kėgli – ilgėk
eliams – smaile	iežėm – mėžei	irūs – sūri	keik – kiek
elite – etile	įgani – įnagi	islamus – sumalsi	keips – spiek
ėmė =	įgedį – įdegį	įsukit – tikusį	keis – siek
ėmėm – mėmė	įges – segį	įsukus – sukusį	keista – atsiek
ėmės – sėmė	įgis – Sigį	iš – ši	keisus – susiek
emiratus – sutarime	įgymį – įmygį	išėmus – sumėši	keitus – sutiek
emisarus – surasime	įgrek – kergi	iši =	kelk – klek
enkim – mikne	įgrekus – sukergi	įšilk – klišį	kėlus – sulėk
epe =	įkeis – siekį	išim – miši	kemsus – susmek
epu – upe	įkelk – klekį	iširus – suriši	kergi – igrek
era – are	iki =	išit – tiši	kerk – krek
eram – marė	įkimš – šmikį	iškart – trakši	kės – sėk
erata – atare	įkypį – įpykį	įšus – sušį	kėskim – mikšėk
ere =	įkoš – šokį	įtalas – salati	kėskit – tiksėk
erė – ėre	ikram – marki	įteik – kietį	kėsta – atsėk
ėre – erė	ikrams – smarki	įteis – sietį	ketus – sutek
eres – sere	ikrius – suirki	iži =	kic – cik
ergu – ugre	iksus – suski	ižia – aiži	kiek – keik
ėris – sirė	įlak – kalį	įėgas – sagėj	kieta – atiek
ėro – orė	įleis – sielį	jodam – madoj	kietį – įteik

kietus – suteik	kremus – sumerk	majam =	mėžia – aižem
kykas – sakyk	krenta – atnerk	majės – sėjam	mikim =
kilta – atlik	krepus – superk	maju – ujam	mikit – tikim
kilus – sulik	kreš – šerk	makam =	mikne – enkim
kims – smik	krešus – sušerk	makams – smakam	miksėk – kėskim
kimus – sumik	kriks – skirk	makas – sakam	miksės – sėskim
kinj – ėnik	kripta – atpirk	makna – ankam	miksim – miskim
kirtus – sutrik	kris – sirk	mako – o kam	minam – manim
kirus – surik	krista – atsirk	makok – kokam	mingu – ugnim
kitus – sutik	krups – spurk	makus – sukam	minim =
klegus – sugelk	kubus – subuk	malam =	minimus – suminim
klek – kelk	kuileliams – smaile-	maļas – sąlam	mirt – trim
klekj – įkelk	liuk	malka – aklam	misim =
kleks – skelk	kuileliuk =	mamas – samam	mišu – uisim
klekus – sukelk	kuiliams – smailiuk	mamos – somam	miskim – miksim
klevus – suvelk	kuiliuk =	mana – anam	miskit – tiksim
klipus – supilk	kuiniuk =	manam =	misom – mosim
kliš – šilk	kusiuk =	manim – minam	miši – išim
klišj – įšilk	kūmus – sumūk	manoj – jonam	mišim =
klišus – sušilk	kur – ruk	manom – monam	mišinj – ėnišim
klot – tolk	kurj – ėruk	manot – tonam	mišit – tišim
klupta – atpulk	kurps – spruk	maram =	mišo – ošim
klupus – supulk	kurt – truk	marė – eram	mišot – tošim
knark – krank	kurta – atruk	margu – ugram	mišius – suišim
knarkta – atkrank	kur ten – netruk	maris – siram	miškīt – tikšim
knarkus – sukrank	kurtus – sutruk	marka – akram	moda – adom
knėžta – atženk	kurus – suruk	marki – ikram	modoj – jodom
knisli – ilsink	kūrus – surūk	maro – oram	modom =
knisus – susink	kus – suk	mase – esam	modos – sodom
ko – ok	kusta – atsuk	mat – tam	mojis – sijom
kokam – makok	kutus – sutuk	matam =	mojom =
kol – lok	lok – kol	mateis – sietam	moju – ujom
kolj – įlok	los – sol	matės – sėtam	moka – akom
koš – šok	lot – tol	matytam =	mokas – sakom
koškit – tik šok	ma – am	mato – otam	mokinom – Monikom
košta – atšok	macam =	mato – o tam	mokit – tikom
košus – sušok	mačam =	mažam =	mokyt – tykom
kovok =	madam =	meiliem =	mokite – etikem
kovus – suvok	madoj – jodam	mėkite – etikėm	mokom =
kra – ark	madona – anodam	mėlėm =	mokus – sukom
krabus – subark	mados – sodam	mėliams – smailėm	molams – smalom
krank – knark	magam =	mėmė – emėm	molas – salom
krankta – atknark	mages – segam	mėmėm =	moliams – smailom
krankus – suknark	maigiam =	mėmės – sėmėm	molo – olom
krata – atark	mailiam =	mėsa – asėm	molus – sulom
kratus – sutark	mailiams – smailiam	mėtėm =	mona – anom
kraus – suark	mainiam =	mėtėt – tėtėm	monam – manom
kraut – tu ark	maišiam =	mėtom – motėm	Monika – akinom
krek – kerk	maišo – ošiam	mėtos – sotėm	Monikom – mokinom
krekus – sukerk	maišo – o šiam	mėžėi – iežėm	mosim – misom
kremta – atmerk	maišus – sušiam	mėžėm =	mošom =

mot – tom	orė – ėro	saksus – suskas	segi – įges
mote – etom	ori – iro	sakus – sukas	segus – suges
motėm – mėtom	orius – suiro	sala – alas	seikus – sukies
movas – savom	orka – akro	Salakas – sakalas	sėjam – majės
movei – ievom	oro =	šalam – maląs	sėjat – tajės
movom =	orumus – sumuro	salas =	sėk – kės
movom – novom	orūs – sūro	šaląs =	sekikes =
muilium =	oskas – sakso	salati – italas	sekikus – sukikes
mula – alum	oskes – sekso	salia – ailas	sėkit – tikės
mum =	ošiam – maišo	salicilas =	sekite – etikes
nagan =	o šiam – maišo	salo – olas	sėkite – etikės
naman =	ošim – mišo	saloj – jolas	sekso – oskes
namo – o man	ošimus – sumišo	salolas =	seksus – suskes
neš – šen	ot – to	salom – molas	sėlena – Anelės
net – ten	otam – mato	salonas – sanolas	sėlės =
ne ten =	o tam – mato	salos – solas	selį – įles
net neš – šen ten	oto =	salot – tolas	seliams – smailės
netruk – kur ten	o to =	salota – atolas	sėliams – smailės
novas – savon	o to oto =	salote – etolas	semas – sames
novom – movon	ozo =	salotos – sotolas	sėmė – ėmės
nūn =	ožius – suižo	salsa – aslas	sėmėm – mėmės
nutyla – Alytun	pip =	salus – sulas	sėmėmės =
o =	pyp =	samanomis – Simo	sėmės =
oda – ado	po – op	namas	semiat – tai mes
o dar – rado	pratakus – suka tarp	samam – mamas	semkit – tik mes
o dar ado =	rado – o dar	samas =	semta – atmes
o dar rado =	radot – to dar	sames – semas	senes =
odės – sėdo	rak – kar	sami – imas	sere – eres
odoj – jodo	ruk – kur	samis – Simas	sergit – tigres
odos – sodo	rukana – ana kur	samo – omas	sergu – ugres
oho =	saga – agas	samumas =	sės =
ohoho =	sagas =	samus – sumas	sėskim – miksės
ojė – ėjo	sagėj – jėgas	sanolas – salonas	sėskit – tiksės
ok – ko	sages – segas	sargu – ugras	sėšli – ilsės
o kam – mako	sagoms – smogas	saris – siras	sėsta – atsės
o kas – sako	saikas – sakias	sarta – atras	sėtam – matės
ola – alo	saira – arias	satinitas =	sėtinus – sunitės
olas – salo	sakalas – Salakas	satinu – unitas	sėtos – sotės
olom – molo	sakam – makas	savas =	Šiamo – omais
olos – solo	sakams – smakas	savom – movas	siek – keis
o man – namo	sakas =	savon – novas	siekas – sakeis
omas – samo	sakeis – siekas	sėda – adės	siekeis =
omais – Šiamo	sakes – sekas	sėdėk – kėdės	siekį – įkeis
omo =	sakias – saikas	sėdės =	siekiat – taikeis
omus – sumo	sakyk – kykas	sėdį – įdės	siekta – atkeis
Ona – ano	sakys – sykas	sėdo – odės	siekus – sukeis
Onoj – Jono	sakyt – tykas	sedula – aludes	sielį – įleis
Onos – sono	sako – o kas	sėdus – sudės	siera – areis
op – po	sakom – mokas	segam – mages	siet – teis
opus – supo	sakoma – amokas	segas – sages	sieta – ateis
oram – maro	sakso – oskas	seges =	sietam – mateis

sietį – įteis	smailės – sėliams	sotu – utos	suilskit – tikslius
sietus – suteis	smailiam – mailiams	spiek – keips	suiri – irius
Sigį – įgis	smailiams =	spruk – kurps	suiria – airius
Sigis =	smailis – siliams	spulus – sulups	suirki – ikrius
signa – angis	smailiuk – kuiliams	spurk – krups	suiro – orius
sijom – mojis	smailom – moliams	suadė – édaus	suirot – torius
sykas – sakys	smailos – soliams	suak – kaus	suišim – mišius
sikus – sukis	smakam – makams	suakyt – tykaus	suižo – ožius
silį – įlis	smakams =	suakus – sukaus	sujojus =
siliams – smailis	smakas – sakams	su anga – agnaus	sujus =
silis =	smalom – molams	suardė – édraus	suk – kus
Simas – samis	smalos – solams	suari – iraus	sukakta – atkakus
Simona – anomis	smarka – akrams	suark – kraus	sukakus =
Simo namas – sama-	smarki – ikrams	suarkit – tik raus	sukalta – atlakus
nomis	smėliams – smailėms	suarta – atraus	sukalus – sulakus
sinkus – suknis	smigta – atgims	suarus – suraus	sukam – makus
siram – maris	smigus – sugims	suaus =	sukart – trakus
siras – saris	smik – kims	subara – arabus	sukas – sakus
sirė – ėris	smogas – sagoms	subark – krabus	sukat – takus
sirk – kris	smogoms =	subarkit – tikra bus	sukata – atakus
sirus – suris	smokite – etikoms	subridus – sudirbus	suka tarp – pratakus
syvus – suvys	snigus – sugins	subudus – sudubus	sukaus – suakus
skalpus – suplaks	snikit – tikins	subuk – kubus	sukeis – siekus
skalus – sulaks	soda – ados	subuks – skubus	sukeista – atsiekus
skelk – kleks	sodam – mados	subus =	sukeitus – sutiekus
skėlus – sulėks	sodo – odos	subūt – tūbus	sukelk – klekus
skėrį – įrėks	sodoj – jodos	sudarus – suradus	sukėlus – sulėkus
skiepus – supeiks	sodom – modos	sūdė – ėdūs	sukergi – igrekus
skietus – suteiks	sodos =	sudegus – sugedus	sukerk – krekus
skilus – suliks	sofos =	sudek – kedus	sukies – seikus
skynus – sunyks	sojoj – jojos	sudės – sėdus	sukikes – sekikus
skirdus – sudriks	sojos =	sudėta – atėdus	sukikus =
skirk – kriks	sol – los	sudiev – veidus	sukilta – atlikus
skirt – triks	solams – smalos	sudygus – sugydus	sukilus – sulikus
skirtus – sutriks	solas – salos	sudils – slidus	sukinį – įnikus
skirus – suriks	solį – įlos	sudirbus – subridus	sukirtus – sutrikus
skitus – sutiks	soliams – smailos	sudyš – šydus	sukis – sikus
skonį – įnoks	solo – olos	sudyžus – sužydus	sukit – tikus
skubus – subuks	solus – sulos	sudriks – skirdus	sukite – etikus
skurt – truks	somam – mamos	sudubus – subudus	sukitus – sutikus
skus – suks	somos =	sudus =	sukliš – šilkus
skusta – atsuks	somus – sumos	sugedus – sudegus	suknark – krankus
skutus – sutuks	sonetu – Utenos	sugelk – klegus	suknis – sinkus
slidus – sudils	sono – Onos	suges – segus	sukom – mokus
smaille – eliams	sopus – supos	sugesus – susegus	sukoš – šokus
smailleliams =	sora – aros	sugydus – sudygus	sukošta – atšokus
smailleliuk – kuile-	soros =	sugylus – sulygus	sukošus – sušokus
liams	sote – etos	sugims – smigus	sukrank – knarkus
smailėm – mėliams	sotėm – mėtos	sugimus – sumigus	sukremta – atmerkus
smailėms – smėliams	sotės – sėtos	sugins – snigus	suks – skus
smailles – seliams	sotolas – salotos	sugus =	sukta – atkus

sukukus =	sumitimus =	suryt – tyrus	sutik – kitus
sukurt – trukus	sumo – omus	surita – atirus	sutiks – skitus
sukurta – atrukus	sumos – somus	suryta – atyrus	sutikus – sukitus
sukurtus – sutrukus	sumot – tomus	sūro – orūs	sutyla – Alytus
sukūrus – surūkus	sumota – atomus	suruk – kurus	sutinus – sunitus
sukus =	sumūk – kūmus	surūk – kūrus	sutirta – atritus
sukusj – įskus	sumuro – orumus	surūkta – atkūrus	sutiš – šitus
sukusta – atsukus	sumurt – trumus	surūkus – sukūrus	sutrak – kartus
sukutus – sutukus	sumus =	surus =	sutrata – atartus
sula – alus	sunyks – skynus	sūrūs =	sutreš – šertus
sulak – kalus	sunirt – trinus	sus =	sutrešus – sušertus
sulakinu – unikalus	sunitus – sutinus	susegus – sugesus	sutrik – kirtus
sulaks – skalus	sunitės – sėtinus	susiek – keisus	sutriks – skirtus
sulakta – atkalus	sunizus – sužinus	susiet – teisus	sutriкта – atkirtus
sulakus – sukalus	sūnumi – imunūs	susink – knisus	sutrikus – sukirtus
sulas – salus	sūnūs =	susit – tibus	sutrukta – atkurtus
sulėk – kėlus	su pana – anapus	suskas – saksus	sutruk – kurtus
sulėks – skėlus	supat – tapus	suskes – seksus	sutrukus – sukurtus
sulėkta – atkėlus	supate – etapus	suski – iksus	sutuk – kutus
sulėkus – sukėlus	supaėks – skiepus	susmek – kemsus	sutuks – skutus
sulig – gilus	supeik skiepus =	susote – etosus	sutukta – atkutus
sulygus – sugylus	superk – krepus	susus =	sutukus – sukutus
sulik – kilus	supeš – šepus	sususus =	sutūpta – atpūtus
suliks – skilus	supilk – klipus	sušalta – atlašus	sutūpus – supūtus
sulikus – sukilus	supilta – atlipus	sušaš – šašus	sutus =
sulyt – tylus	supkit – tik pus	sušašus =	suvapa – apavus
sulom – molus	suplaks – skalpus	sušerk – krešus	sovelk – klevus
sulos – solus	supo – opus	sušert – trešus	suvys – syvus
sulot – tolus	supos – sopus	sušertus – sutrešus	suvok – kovus
sulota – atolus	supot – topus	sušj – įšus	suvoš – šovus
sulups – spulus	supratas – sutarpus	sušiam – maišus	suzyzta – atzyzus
sumalamus =	supra – atpus	sušilk – klišus	suzyzus =
sumalsi – islamus	supulk – klupus	sušok – košus	sužerj – įrėžus
sumas – samus	supulta – atlupus	sušokta – atkošus	sužėrus – surėžus
sumaš – šamus	supus =	sušokus – sukošus	sužydus – sudyžus
sumerk – kremus	supūt – tūpus	sušus =	sužinus – sunižus
sumėš – šėmus	supūtus – sutūpus	sutara – aratus	ša – aš
sumėši – išėmus	sura – arus	sutark – kratus	šamus – sumaš
su mėta – atėmus	suradus – sudarus	sutarpta – atpratrus	šaš =
sumetus – suturemus	surak – karus	sutarpus – supratrus	šašus – sušaš
sumigimus =	surakta – atkarus	sutart – tratus	šėmi – įmėš
sumigta – atgimus	surasime – emisarus	suteik – kietus	šėmus – sumėš
sumigus – sugimus	suraus – suarus	suteiks – skietus	šen – neš
sumik – kimus	surėš – šėrus	suteis – sietus	šen ten – net neš
sumikit – tikimus	surėžta – atžėrus	sutek – ketus	šepus – supeš
suminim – minimus	surėžus – sužėrus	sutekite – etiketus	šerk – kreš
suminimus =	sūri – irūs	sutemta – atmetus	šert – treš
sumini mus =	surik – kirus	sutemus – sumetus	šertus – sutreš
suminit – tinimus	suriks – skirus	sutiek – keitus	šėrus – surėš
sumišimus =	suris – sirus	sutiekta – atkeitus	ši – iš
sumišo – ošimus	suriši – iširus	sutiekus – sukeitus	šydus – sudyš

šilk – kliš	tikėkit =	tišim – mišit	trim – mirt
šilkus – sukliš	tikės – sėkit	tišit =	trinta – atnirt
šit – tiš	tikim – mikit	to – ot	trinus – sunirt
šitus – sutiš	tikimus – sumikit	to dar – radot	truk – kurt
šmikį – įkimš	tikins – snikit	toj – jot	truks – skurt
šok – koš	tikit =	toje – etoj	trukta – atkurt
šokį – įkoš	tikim – mikit	tojoj – jojot	trukus – sukurt
šokta – atkoš	tik lupta – atpulkit	tokata – atakot	trumus – sumurt
šokus – sukoš	tik mes – semkit	tokit – tikot	tu ark – kraut
šovus – suvoš	tikom – mokit	tokot =	tūbus – subūt
taikės – siekiat	tykom – mokyt	tol – lot	tūpus – supūt
tai mes – semiat	tikot – tokit	tolas – salot	ū =
tajės – sėjat	tik pulta – atlupkit	tolį – įlot	ūa – aū
taju – ujat	tik pus – supkit	tolk – klot	ugnim – mingu
takus – sukat	tikra – arkit	tolot =	ugram – margu
talak – kalat	tikra bus – subarkit	tolta – atlot	ugras – sargu
tam – mat	tik raus – suarkit	tolus – sulot	ugre – ergu
tapus – supat	tikri – irkit	tom – mot	ugres – sergu
tat =	tiksėk – kėskit	tomus – sumot	uikit – tikiu
te – et	tiksės – sėskit	tona – anot	uisim – misiu
teis – siet	tiksim – miskit	tonam – manot	uisiu =
teista – atsiet	tiksli – ilskit	tonika – akinot	ujam – maju
teisus – susiet	tikslius – suilskit	topus – supot	ujat – taju
ten – net	tikšim – miškit	tori – irot	ujom – moju
ten net =	tik šok – koškit	torius – suirot	uju =
tėra – arėt	tikus – sukit	tošim – mišot	unikalus – sulakinu
tėtēm – mėtēt	tikusį – įsukit	trak – kart	unitas – satinu
tie – eit	tylį – įlyt	trakši – iškart	upe – epu
tiesta – atseit	tylus – sulyt	trakus – sukart	ušu =
tigres – sergit	tinimus – suminit	trata – atart	Utenos – sonetu
tika – akit	tyrus – suryt	tratus – sutart	utos – sotu
tyka – akyt	tisus – susit	treš – šert	užu =
tykas – sakyt	tiš – šit	trešus – sušert	veidus – sudiev
tykaus – suakyt	tiši – išit	triks – skirt	

## Sakinių grįžinių sąrašas

Abu gaišo po šia guba.  
 Anei viena.  
 Anie ne ten eina.  
 Anie net iki ten eina.  
 Argi ten ne tigra?  
 Ateik anapus sofos su pana  
 kieta.  
 Eiva, avie!  
 Etikė – bėkite!  
 Etikes sekite!  
 Ieva, du davei?

Kol einu, šunie, lok!  
 Maišus sušiam!  
 Nutyla ir Ona – nori Alytun.  
 Oi Rūtai čia tūrio!  
 O kas sako?  
 OK, keik, kiek ko?  
 O dar rado.  
 O man namo.  
 O ta mato.  
 Sėdėk užu kėdės!  
 Simo namas ten savas net sa-

manomis.  
 Skiepus supeiks.  
 Sula ar yra alus?  
 Sumėtė mus.  
 Supeik skiepus!  
 Supeiks skiepus.  
 Susmek į kemsus!  
 Sušiams – maišus!  
 Suvokti it kovus.

## Žodžių grįžinių sąrašas

Skliausteliuose po grįžinio duodamas paaiškinimas arba nurodomas įprastesnis giminingas žodis.

### 1 raidė

a (jaustukas)  
e (= et)  
è (= et)  
į (prielinksnis)  
o (jungtukas)  
ū (jaustukas)

### 2 raidės

aa

### 3 raidės

aha  
aga (rupūžė)  
ala (romėnų karinis dalinys)  
ąlą (nusialinti)  
ana (kita)  
ara (papūga)  
ava (štai)  
ąsą (ąsa)  
èdè  
èmè  
epe (epas)  
ere (pinigas erè)  
eže (ežė, ežienė)  
ibi (paukštis ibis)  
iki  
imi  
iri (irti; irus)  
iši (ižti)  
iži (ižus)  
joj (joje)  
mum (mums)  
nūn (nūnai)  
oho (tai bent)  
omo (omas)  
oro (oras)  
oto (žuvis otas)  
ozo (ozas)  
pip  
pyp  
sès  
sus (susti)  
šaš (šašti)  
tat  
uju (uiti)  
ušu (sportas)

užu (už)

### 4 raidės

ABBA

### 5 raidės

aižia (aižus)  
anona (vaisius)  
arara (papūga)  
atata (jaustukas)  
etate (etatas)  
iežei (iežti)  
imami (imti)  
jogoj  
jojoj  
jotoj  
kovok  
macam (macas)  
mačam (mačas)  
madam  
magam (magas)  
majam (majai)  
makam (makas)  
malam  
manam  
maram (maras)  
matam (matas)  
mažam  
mèlèm (mèlè)  
mèmèm (mèmè)  
mètèm  
mèžèm  
mikim  
minim  
misim (misti)  
mišim (pamišti)  
modom (moda)  
mojom  
mokom  
mošom (moša)  
movom (mova)  
nagan  
naman  
ohoho  
sagas  
sakas (sakai)  
salas

sąląs (salti)  
samas (gentis)  
savas  
sèdès  
segés (segè)  
sèlès (sèliai)  
sèmès  
senes  
Sigis  
silis (pinigas)  
sitis  
sodos  
sofos  
sojos  
somos (ląstelėje)  
soros  
suaus (austi)  
subus (būti)  
sudus (dusti)  
sujus (justi)  
sukus (sukti)  
sumus (pinigas sumas)  
sūnūs  
supus (pūti)  
surus (rusti)  
sūrūs  
susus (susti)  
sušus (šusti)  
sutus (tusti)  
talat (jaustukas)  
tikit  
tišit (tižti)  
tokot (tokti)  
tolot (tolti)  
uisiu (uiti)

### 7 raidės

atkakta (atkakti, atvykti)  
atpypta (pypti)  
atzyzta (zyzti)  
kuiliuk (kuilyš)  
kuiniuk (kuinas)  
kuisiuk (kuisis)  
maigiam (maigus)  
mailiam (mailius)  
mainiam (mainus)  
maišiam (maišus)

matytam	sukakus	satinitas (pigmentas)
meiliem	sukikus (sukti)	smailiams (smaližius, smailis)
muilium (žolė muilius)	sukukus (sulinkus)	sumalamus
saikias (saikus)	sususus (susti)	sumigimus
salolas (vaistas)	sušašus (šašti)	suminimus
samumas (vėjas)	suzyzus (zyzti)	sumišimus
Sartras	tikėkit	sumitimus
sekikes (sekti)		
sėmėmės	<b>9 raidės</b>	
siekeis (siektis)	atsirista (risti)	
smakams (smakas)	kuileliuk (kuilys)	<b>11 raidžių</b>
smogoms (smogos)	salicilas (vaistas)	smailiams (smailis, smaližius)
suojus (joti)	sanidinas (mineralas)	

## Literatūra

- [1] V.G. Boltianskij, N.J. Vilenkin. *Simetrija v algebre*. IMCNMO, Moskva, 2002.
- [2] J.J. Mačys. On the fundamental theorem of algebra. *Lith. Math. J.*, **42**:364–372, 2002. *Liet. matem. rink.*, **42**(4), 459–469 (rusų k.).
- [3] J.J. Mačys. Madhavos formulės. *Liet. matem. rink. LMD darbai, ser. B*, **54**:140–145, 2013.
- [4] J.J. Mačys. Elementary theory of cubics and quartics. *Liet. matem. rink. Proc. LMS, Ser. A*, **58**:16–22, 2017.
- [5] Longest words. *Wikipedia*. Žiūrėta 2021-09-29.

## SUMMARY

### Palindromes in the school

*J.J. Mačys*

Various palindromes are considered: words, sentences, numbers, polynomials. The topic could be offered as interdisciplinary theme for high school.

*Keywords:* palindrome; anadrome; palindromial polynomial; palindromial number; Lychrel number; factorization of palindromial polynomial