

## Aritmetikos pradmenų mokymo metodai įvairiose šalyse

Inga ŽILINSKIENĖ, Valentina DAGIENĖ (MII)

el. paštas: ingasolyte@ktl.mii.lt, dagiene@ktl.mii.lt

**Reziumė.** Straipsnyje nagrinėjama, kaip įvairiose šalyse mokoma aritmetikos pradmenų, būtent, pagrindinių aritmetikos veiksmų. Aptariami aritmetikos pradmenų mokymo metodai, pateikiamos jų taikymo metodikos ir konkretūs pavyzdžiai. Kai kurie pavyzdžiai susiejami su atitinkama programine įranga – mokymosi objektais, skirtais pradiniam ugdymui. Medžiaga buvo parengta atliekant kelių šalių mokslininkų apklausą apie aritmetinių veiksmų mokymą jų šalyse.

*Raktiniai žodžiai:* aritmetikos pagrindai, aritmetikos veiksmai, aritmetikos veiksmų metodai, aritmetikos mokymosi objektai.

### 1. Įvadas

Aritmetikos mokymas(-is) pradedamas nuo ankstyvojo amžiaus. Anksčiau buvo taikomi vieni metodai, principai ir galimybės pateikti mokomąją medžiagą. Kalbant apie mokymą, apie mokymo metodikas, reikia turėti omeny ir tai, kas buvo daroma anksčiau, stengtis priimti, išgryninti tai, kas buvo geriausia, ir kaip tai galima būtų pritaikyti šiuolaikinių mokinių mokymui(-si). Anot A. J. Komenskio „... mūsų didaktikos *alfa* ir *omega* teisie ieškojimas ir radimas būdo, kuriuo mokytojai mažiau mokytų, o mokiniai daugiau mokytųsi“.

Aritmetikos pradmenų mokymo mokykloje pagrindinė ašis – keturi veiksmi: sudėtis, atimtis, daugyba ir dalyba. Prie aritmetikos veiksmų priskirtini ir sudėtingesni skaičiavimai: skaičiaus kėlimas laipsniu, procentų skaičiavimas ir kt. [2].

Lokalizuojant kompiuterines mokymo(-si) priemones, ypač mokymosi objektus pradinėms klasėms [7], buvo pastebėta metodinių skirtumų tarp užsienio šalių ir Lietuvos didaktikos, pavyzdžiui, atliekant kai kuriuos aritmetinius veiksmus, ne tik jų žymenys kėlė nuostabą, bet ir skaičiavimo būdai (kompiuteriniai mokymosi objektai „Rechenheft“, „Rainforest“ ir kt.). Šio straipsnio pagrindinis tikslas yra išnagrinėti keletą įvairiose šalyse taikomų aritmetikos metodų ir išskirti jų pagrindinius metodinius aspektus.

Mokymas(-is) prieš kelias dešimtis metų ir dabar gerokai skiriasi – atsirado internetas, kompiuteriai integruojami į mokymo procesą, formuojasi globalizacija ir pan. Todėl, kai tyrinėjamas mokymo(-si) procesas, būtina atsižvelgti į sąlygą, kad švietime nuolatos vyksta tam tikri pokyčiai ir formuojasi iš esmės nauji mokymo metodai: nuo uždaro mokymo(-si) pereiname prie atvirojo ta prasme, kad mokytojas tampa ne žinių teikėjas, o tik pagalbininkas valdant ir tvarkant informaciją. Šiuolaikinis aktyvus pilietis, mokinys turi daug būdų informacijai pasiekti, ją apdoroti. Svarbiausia rasti strategiją ir taktiką, kaip kiekvienam mokiniui padėti atrasti jo geriausią būdą mokytis, įsisavinti medžiagą analizuojant kelis uždavinio sprendimo būdus [6].

1 lentelė. Aritmetikos mokymo būdų palyginimas

Iki XX a. pabaigos	XXI a.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mokymo (-si) medžiaga pateikiama piešiniais, mįslėmis, dainomis, žaidimais ir galvosūkiams.</li> <li>• Vaiko galvojimas &lt;...&gt; yra daiktinis, vaizdinis &lt;...&gt;. Matematiškoji skaičiaus sąvoka vaikui nesuprantama: jis skaičių vaizduojasi daiktais &lt;...&gt; tas pats buvę ir žmonijos istorijoje &lt;...&gt;. Matematinė skaičiaus sąvoka išsirutulioja ilgainiui &lt;...&gt;. Mokykla nieko geriau skaičiaus sąvokai ir skaičiavimui negali sugalvoti už daiktišką skaičiavimą, veikimą: matavimą, svėrimą, pirkimą-pardavimą.</li> <li>• Kelių dalykų integracija: geografija, istorija, tėvynės pažinimas [1]</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Susiejimas su kitais mokomaisiais dalykais (matavimo vienetai, temperatūra, laikas ir kt.)</li> <li>• Kognityvusis mokymas panaudojant skaičiavimą pirštais, pagaliukais ir kt. daiktais.</li> <li>• Susiejimas su kitomis matematikos sritimis (geometrija, statistika ir kt.).</li> <li>• Matematika su žaidimais (sportinių rezultatų skaičiavimas, tikimybės su kauliukais ir pan.) ir kt. [6].</li> <li>• Mokymas bandyti lyginti stebimus daiktus ir reiškinius, juos rūšiuoti, grupuoti, skaičiuoti, matuoti, elementariai suprasti priežasties ir pasekmės ryšį [3].</li> </ul>

## 2. Pagrindinių aritmetikos veiksmų mokymo raida

Žodis „aritmetika“ kilęs iš graikų kalbos žodžio „αριθμός“ ir reiškia „skaičius“ [8]. Aritmetikos buvo mokoma nuo senų laikų, buvo sukurti mokymo būdai, niekas tarytum neabejojo, kaip reikia mokyti. Tyrinėjant ankstesnius aritmetikos mokymo būdus, galima būtų išskirti pagrindinius jos mokymo principus, kurie būdingi ir šiandien (žr. 1 lentelė).

## 3. Aritmetikos veiksmų mokymo metodai

Apžvelgiant įvairius aritmetikos mokymo metodus, žymenis ir žymėjimus, pastebima, kad daugiausia skirtumų esama pateikiant ir atliekant daugybos ir dalybos veiksmus. Todėl straipsnyje bus išsamiau pateikiami daugybos ir dalybos mokymo skirtumai.

### Sudėtis

Atlikus kelių šalių mokslininkų apklausas, kaip jų šalyje mokoma sudėties veiksmo, paaiškėjo, kad iš esmės taikomi vienodi metodai: sudėtis eilute ir stulpeliu, neišskiriant jokių esminių metodinių nurodymų. Yra kai kurių nežymių skirtumų, kai reikia išiminti perkeliama skiltį: vienos šalys tai užrašo, kitos – ne. Tačiau šie skirtumai gana natūralūs ir priimtini.

### Atimtis

Mokydami atimties veiksmo, daugelis šalių taiko tą patį metodą: iš turinio atima atėminį ir gauna skirtumą. Tačiau galima būtų išskirti Austrijos didaktikų siūlomą būdą, vadinamąją papildomąją atimtį. Papildomoji atimtis pradėta vartoti Austrijos mokyklose apie 1850 metus, vėliau paplito Vokietijoje, spėjama, kad naudojama ir Šveicarijoje. Jos esmė ta, kad atliekant atimties veiksmą yra samprotaujama toliau aprašytu būdu. Panagrinėkime pavyzdį.

$$\begin{array}{r} \_100000 \\ 85673 \\ \hline 14327 \end{array}$$

Turint reiškinį, pirmiausia keliamas klausimas „Kiek reikia pridėti prie skaičiaus 3, kad gautume 10?“. Čia dešimtimi padidiname turinį, dėl to nereikia klausti „Kiek reikia pridėti prie skaičiaus 3, kad gautume nulį?“. Padidinę turinį 10 padidiname ir atėmini. Vietoj 7 dešimčių turėsime 8. Prie 8 reikia pridėti 2, kad gautume 10, po to prie 7 reikia pridėti 3 ir t. t. [1].

Ir sudėties, ir atimties atvejais, daugelis apklaustųjų šalių edukologų pažymi „mintyse“ gaunamus skaičius virš atitinkamų dėmenų – rodyklėmis nurodo tolesnius skaičiavimo veiksmus, rašo arba nerašo (Japonija) sumavimo arba atimties ženkle.

### Daugyba

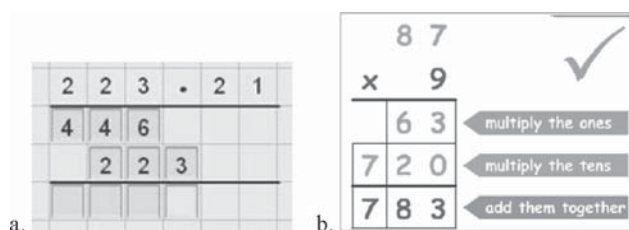
Mokant daugybos greitai pereinama nuo daugybos eilute prie daugybos stulpeliu. Panagrinėkime, kaip įvairios šalys tai atlieka. Vienas iš pateikiamų pavyzdžių (1 pav., a) buvo pastebėtas lokalizuojant vėlgį Austrijos mokymosi objektą „Rechenheft“ (autorius – Vienos gimnazijos mokytojas Christian Nosko), skirtą pradinėjų klasių mokiniams [5].

Metodinis skirtumas tas, kad daugyba pradama ne nuo vienetų, o nuo dešimčių. Pastebima ir kitokia, nei Lietuvoje įprasta reiškinio notacija. Daugiau pavyzdžių galima rasti ir mokymui(-si) skirtose svetainėse [9, 10, 11]. Australų programoje „Rainforest Math“ (1 pav., b) atsiskleidžia dar vienas metodinis daugybos mokymo aspektas [4]. Programoje atsiskleidžia, kad daugyba atliekama mums įprastu būdu, tačiau dauginant vienetus iš dešimčių (šimtų, tūkstančių ir t. t.) rašomas tikslus skaičius, kurį ir gauname sudauginę vienetus iš dešimčių, t. y. šiame pavyzdyje skaičių 720, o ne 72, tik perkeltus viena pozicija į kairę.

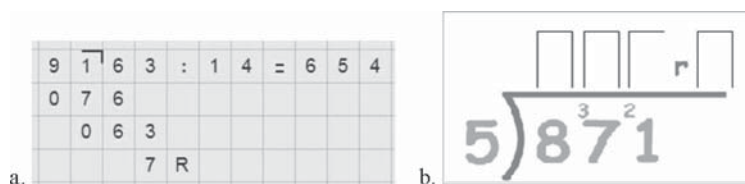
### Dalyba

Tai vienas iš sunkesnių aritmetinių veiksnių, kurių mokoma pradinėse klasėse. Apžvelkime, kaip atliekama dalyba kelių šalių mokomosiose programose.

Austrijoje dalyba mokoma itin sudėtingu būdu (2 pav., a). Matome, kad tarpiniai daugybos ir atimties veiksmi praleidžiami, žemiau parašant tik gautą skirtumą. Visi



1 pav. Programų „Rechenheft“ (a) ir „Rainforest Math“ (b) langai daugybai atlikti.



2 pav. Programų „Rechenheft“ (a) ir „Rainforest Math“ (b) langai dalybai atlikti.

tarpiniai veiksmai atliekami mintinai. Taip pat skiriasi reiškinių žymėjimas nuo daugelyje kitų šalių naudojamų žymenų sistemos. Atitinkamas dalybos žymėjimas naudojamas ir Kroatijoje, Bulgarijoje, Vokietijoje. Australijoje mokiniai dalybos veiksmą užrašo kitokiu pavidalu (2 pav., b).

Pastebėta, kad mokiniai, atlikdami dalybą, kai dalmens viduryje gaunamas nulis, klįsta kur kas dažniau negu kitais dalybos atvejais. Pavyzdžiui, dalydami 812 iš 4, suklysta nedaug mokinių. Tačiau, jeigu dalinys bus didesnis arba daliklis dviženklis, taip pat tuo atveju, jeigu dalmens viduryje gaunami du nuliai, suklydusių rasis daugiau. Dažniausia klaida – nulio praleidimas. Tos klaidos galima išvengti arba bent jau sumažinti jos darymo galimybę, jeigu mokytojas pamokys mokinius dalyti kiek kitaip. Šio dalybos būdo esmė paaiškinama paprastu pavyzdžiu 3 pav.

Nors antrojo pavidalo (3 pav., b) dalyba kompaktiškesnė, tačiau naudojantis tokia metodika paprastai padaroma daugiau klaidų, nei, kad pasirinkus pirmajame pavyzdyje (3 pav., a) siūlomą metodą – kiekvieną kartą nusikėlus vieną dalinio skaitmenį, gaunamas vienas skaitmuo ir dalmenyje.

Tyrinėjant dalybos veiksmo mokymo metodus, buvo pastebėta aibė skirtingų dalybos žymėjimo būdų. 4 pav. pateikiami JAV, Kanados, Australijos, Izraelio, Japonijos dalybos skaičiavimo pavyzdžiai.

$$\begin{array}{r}
 \text{a)} \quad \begin{array}{r} 812 \overline{)4} \\ \underline{8} \quad 203 \\ -01 \\ \underline{0} \\ -12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad \begin{array}{r} 812 \overline{)4} \\ \underline{8} \quad 203 \\ -12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

3 pav. Dalybos, kai dalmens viduryje gaunamas nulis, pavyzdys.

$$\begin{array}{r}
 \text{a)} \quad \begin{array}{r} 206 \\ 6) 1238 \\ \underline{-12} \\ 03 \\ -0 \\ \underline{38} \\ -36 \\ \underline{2} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad \begin{array}{r} 73 \quad L*5 \\ 6) 443 \\ \underline{420} \quad 70 \\ 23 \\ \underline{18} \quad 3 \\ 5 \quad 73 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{c)} \quad \begin{array}{r} 32 \\ 3) 98 \\ \underline{90} \quad 30 \\ 8 \\ \underline{6} \quad 2 \\ \text{Liekana } \frac{6}{2} \quad \frac{2}{32} \end{array}
 \end{array}$$

4 pav. Dalybos žymėjimas skirtingose šalyse.

#### 4. Išvados

Pagrindinių aritmetikos veiksmų (sudėties, atimties, daugybos ir dalybos) mokymas įvairiose šalyse skirtingas. Būtina atsižvelgti į du skirtumus: 1) naudojamas žymenų sistemas, 2) mokymo metodikas (būdus). Jei skirtingi žymėjimo būdai jau buvo pastebėti anksčiau (juos lengva pastebėti), tai mokymo būdų beveik iki šiol niekas nenagrinėjo.

Plėtojantis globalizacijos procesui, susidaro galimybės naudoti įvairių šalių programas. Tačiau keblumų kyla dėl skirtingų mokymų būdų. Reikia tai turėti omenyje, ypač lokalizuotojams, kurie adaptuoja programas Lietuvos bendrojo lavinimo mokykloms – reikia sulietuvinti ne tik meniu, žinytus, bet ir, pasirodo, metodikas.

Matematikos didaktikams reikėtų turėti omeny ir atvirkštinę galimybę – pasimokyti iš kitų šalių, galbūt kai kurie jų aritmetikos mokymo būdai yra lengvesni, priimtinesni, labiau tinkami šiuolaikiniams mokiniams. Tai tolimesnių tyrimų užduotis.

#### Literatūra

1. A. Ažubalis, *Iš Lietuvos matematinio švietimo praeities*, Šviesa, Kaunas (1997).
2. A. Ažubalis, *Matematika lietuviškoje mokykloje*, Žiburio leidykla, Vilnius (1997).
3. Advisory report on the place of arithmetic in primary education, Institute de France (2007). Adresas internete: [http://www.academie-sciences.fr/actualites/textes/calcul\\_23\\_01\\_07\\_gb.pdf](http://www.academie-sciences.fr/actualites/textes/calcul_23_01_07_gb.pdf)
4. *Kompiuterinė mokymo priemonė „Rainforest Math“*. Adresas internete: <http://www.rainforestmaths.com/>
5. *Kompiuterinė mokymo priemonė „Rechenheft“*. Adresas internete: <http://www.rechenheft.com/>
6. *Pradinio ugdymo programa*. Adresas internete: <http://www.pedagogika.lt/puslapis/Pradinio%20ugdymo%20programos%20isbandymo%20projektas/pradugd.pdf>
7. *Projektas „Pradinių klasių ir specialiojo ugdymo pedagogų kompetencijų taikyti IKT ir inovatyvius mokymo(si) metodus tobulinimas“*, (2006–2008). Adresas internete: <http://inovacijos.pedagogika.lt/lt/>
8. *Vikipedija*. Adresas internete: <http://lt.wikipedia.org/wiki/Aritmetika>
9. *Svetainė „MATHE schriftlich rechnen“*. Adresas internete: <http://www.netschool.de/mat/tts/sgndra/sdiv.htm>
10. *Svetainė „Wolfram Mathworld“*. Adresas internete: <http://mathworld.wolfram.com/LongDivision.html>
11. *Svetainė „Schriftliches Rechnen“*. Adresas internete: <http://www.walter-fendt.de/m1ld/srechnen.htm>

#### SUMMARY

##### *I. Žilinskienė, V. Dagienė. Teaching methods of arithmetics basics in different countries*

This paper deals with main teaching methods of arithmetics – addition, subtraction, multiplication, and division in different countries: USA, Israel, Germany, Austria, Japan, Egypt, and the Netherlands. Methods of teaching arithmetics basics and methodology of its application have been discussed. The paper reports on a survey conducted on methods of teaching arithmetics actions at the introductory level. It presents some examples of learning objects for teaching arithmetics basic.

*Keywords:* arithmetics basics, arithmetics actions, methods of arithmetics actions, learning objects of arithmetics.