

J. Matulionio jaunųjų matematikų konkurso užduočių statistinė analizė

Irma ZENKEVIČIŪTĖ, Vilija DABRIŠIENĖ

Kauno technologijos universitetas

Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas

el. paštas: irma.zenkeviciute@gmail.com; vilija.dabrisiene@ktu.lt

Santrauka. Straipsnyje atskleidžiami autorių atliktos prof. Jono Matulionio jaunųjų matematikų konkurso užduočių statistinės analizės rezultatai. Tyrimui naudojami devynerių metų (1995, 1996, 1997, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009) daugiau nei trijų su puse tūkstančių moksleivių darbų duomenys, išnagrinėta 160 uždavinių.

Uždavinių tinkamumas konkursui tiriamas pagal pasirinktus kriterijus: sunkumą, skiriamąją gebą, koreliaciją su visa užduotimi. Taip pat uždaviniai suskirstomi pagal tipus (algoritminis, pusiau algoritminis, euristinis) ir tematiką (tekstiniai uždaviniai; lygtys ir lygčių sistemos; nelygybės; funkcijų savybės ir grafikai; skaičių teorijos elementai; planimetrija; stereometrija; aritmetiniai ir algebriniai pertvarkiai). Duomenų apibendrinimui naudojami aprašomosios statistikos metodai bei klasterinė analizė.

Atlikta analizė parodė, kad prof. J. Matulionio konkursui parengti uždaviniai išsiskiria labai gera ir gera skiriamąją geba, tinkamas jų sunkumas, koreliacijos su visą užduotimi koeficientas. Klasterinės analizės rezultatai rodo, kad nei vieno tipo ar tematikos uždaviniai neišsiskiria geresne nei kiti skiriamąją geba, nėra sunkesni už kitus. Tačiau pagal koreliacijos su visa užduotimi koeficientą išsiskiria algebrinių ir aritmetinių pertvarkymų uždavinių grupė. Šių uždavinių koreliacijos koeficientas didesnis.

Raktiniai žodžiai: matematikų konkursas, uždavinio skiriamoji geba, uždavinio sunkumas.

Įvadas

Dvidešimt metų rengiamas prof. J. Matulionio jaunųjų matematikų konkursas leido konkurso rengėjams sukaupti didžiulę patirtį sudarant užduotis šiam konkursui. Šią sukauptą patirtį verta apibendrinti ir susisteminti. Svarbu išsiaiškinti, ar užduotys konkursui parengiamos tinkamai, kokie uždaviniai moksleiviams sunkesni ir lengvesni, kurie pasižymėjo didesne ar mažesne skiriamąją geba. Taigi *šio straipsnio tikslas – atskleisti J. Matulionio jaunųjų matematikų konkurso užduočių statistinės analizės rezultatus.*

Sudarant užduotis šiam konkursui, kiekvienai klasių grupei (9, 10, 11, 12 klasės) parenkami penki uždaviniai. Šie uždaviniai vertinami skirtingu taškų skaičiumi, tačiau už kiekvieną užduotį skiriama bendra taškų suma lygi 20. Taigi, svarbu tyrinėti tiek pačius uždavinius, tiek visą užduotį, kaip uždavinių komplektą. Tyrimui buvo panaudotos devynerių metų J. Matulionio konkurso užduotys. Duomenys apie imtį pateiktos 1 lentelėje.

Statistinei analizei atlikti skaičiuojama kiekvieno konkurso uždavinio skiriamoji geba, koreliacija su visa užduotimi ir sunkumas. Pagal šias charakteristikas konkurso

1 lentelė. Duomenys apie imtį

Metai	Užduočių skaičius	Uždavinių skaičius	Moksleivių skaičius
1995	2	10	130
1996	2	10	119
1997	4	20	300
2004	4	20	499
2005	4	20	324
2006	4	20	604
2007	4	20	599
2008	4	20	475
2009	4	20	453
Iš viso:	32	160	3503

uždaviniai klasterizuojami [1,3]. Duomenų apibendrinimui naudojama programa SAS. Taip pat konkurso uždaviniai suskirstomi pagal skiriamą už uždavinį taškų skaičių, bei sąlyginai suskirstyti pagal tematiką, ir pagal mąstymo tipą.

1. Uždavinių suskirstymas

Metodinėje literatūroje [2, 83 p.], pagal tematiką siūloma uždavinius skirstyti į aritmetinius, algebrinius, geometrinius, trigonometrinius ir analizinius. Tačiau taip skirstyti konkursinius uždavinius pasirodė labai sunku, todėl buvo pasirinktos tokios temos: tekstiniai uždaviniai; lygtys ir lygčių sistemos; nelygybės; funkcijų savybės ir grafikai; skaičių teorijos elementai; planimetrija; stereometrija; aritmetiniai ir algebriniai pertvarkiai. Šis skirstymas taip pat tik sąlyginis. Dažnai sprendžiant uždavinį reikia pritaikyti pačias įvairiausias žinias, todėl buvo išskirta mišrių uždavinių grupė. Skirstant užduotis pagal mąstymo tipą [2, 83 p.] pasirinkti tokie tipai: algoritminis, pusiau algoritminis, euristinis. Algoritminiams uždaviniams priskiriami tie, kurių sprendimo būdą lengva numatyti, kuriems išspręsti reikėjo panaudoti dažnai mokykloje naudojamus algoritmus, žinomas formules ir taisykles. Konkursiniai uždaviniai nėra labai paprasti, reikalauja daug darbo ir žinių, tačiau jų sprendimo būdas lengvai atspėjamas. Pusiau algoritminiams uždaviniams priskyrėme daugelį tekstinių uždavinių, kurie sprendžiami sudarant lygtį ar lygčių sistemą, taip pat uždavinius, kurie po paieškos etapo lengvai transformuojami į algoritminius uždavinius. Euristinių uždavinių grupei priskyrėme tuos, kurie nėra sprendžiami mokykloje, sąlygos netikėtos, sprendimo būdą sunku numatyti.

2. Tyrimo rezultatai, pagal uždavinių charakteristikas

Skiriamoji geba. Šis parametras rodo, kaip atskiras konkurso uždavinys išskiria stipresnius ir silpnesnius dalyvius. Jei uždavinys buvo lengvas ir jį beveik vienodai sėkmingai išsprendė ir stipresnieji, ir silpnesnieji dalyviai, tai jo skiriamoji geba maža. Panaši skiriamoji geba gali būti ir labai sunkaus uždavinio, kurio beveik niekas neišsprendė.

Skaičiuojant skiriamąją gebą buvo laikomasi LŠMM Egzaminų centre naudojamų skiriamosios gebos koeficientų normų [4]. Tyrimo duomenys pateikti 2 lentelėje.

2 lentelė rodo, kad daugumos jų skiriamoji geba labai gera. Vos keletas uždavinių pagal skiriamąją gebą turėtų būti laikomi netinkamais konkursui.

Pritaikius klasterinės analizės metodus, uždaviniai pagal skiriamąją gebą buvo suskirstyti į klasterius. Pasirodo, visų tipų uždavinių skiriamosios gebos pasiskirstę labai panašiai. Šiek tiek mažesnės nei kitų uždavinių yra lygčių ir nelygybių skiriamosios gebos. Stereometrijos uždaviniai, dažniau nei kiti, turi labai didelę skiriamąją gebą.

Uždavinių, suskirstytų pagal mąstymo tipą, skaičiaus pasiskirstymas klasteriuose taip pat nesiskiria (1 pav.). Šiek tiek didesnę skiriamąją gebą turi euristiniai uždaviniai, tačiau skirtumai nežymūs.

Taigi, apibendrinami galime teigti, kad šiam konkursui parengtų uždavinių skiriamoji geba labai gera, ji nepriklauso nuo uždavinio tipo ar tematikos.

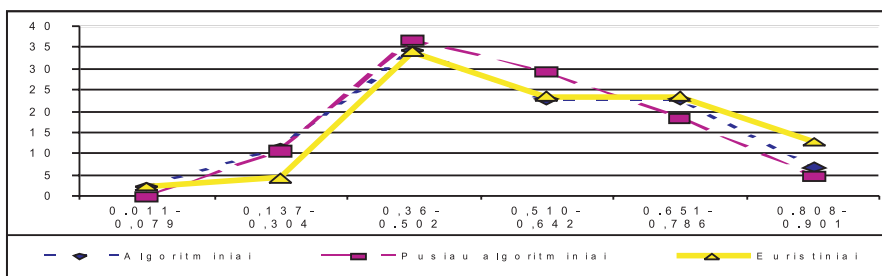
Uždavinio sunkumas. Ši parametρά išreiškia visų dalyvių už šį uždavinį surinktos taškų sumos ir visų teoriškai galimų surinkti taškų sumos santykis. Pagal statistinę testų teoriją geriausi uždaviniai yra tie, kurių sunkumas apie 50 %. Labai lengvo uždavinio sunkumas – daugiau kaip 80 %, labai sunkaus – mažiau kaip 20 % [4].

Iš histogramos (2 pav.) matyti, kad labai lengvų uždavinių konkurse nedaug, dominuoja vidutiniai ir sunkūs uždaviniai. Tai atitinka konkurso tikslus.

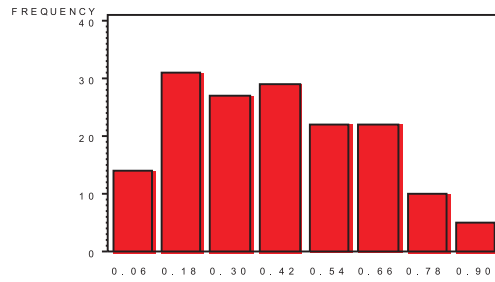
Klasterinės analizės rezultatai rodo, kad visų tipų ir tematikos uždaviniai moksleiviams beveik vienodai sunkūs (3 pav.). Į pačių sunkiausių uždavinių klasterį papuolė daugiausia algoritminių ir mažiausia euristinių uždavinių, o į pačių lengviausių už-

2 lentelė. Skiriamosios gebos koeficientų normos ir uždavinių skaičius

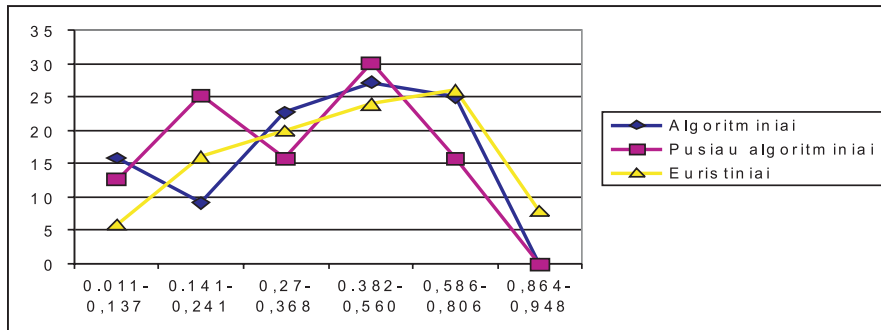
Skiriamoji geba	Įvertinimas	Uždavinio tinkamumas	Uždavinių skaičius (%)
0,41–1	Labai gera	Puikiai atskleidžia skirtumus	67
0,31–0,4	Gera	Uždavinį verta vartoti toliai	26,3
0,21–0,3	Vidutinė	Peržiūrėti ir pataisyti	1
0,11–0,2	Žema	Labai mažos atskyrimo galimybės	3,8
<0,1	Labai žema	Šio uždavinio atsisakyti	1,9



1 pav. Skirtingų tipų uždavinių skaičius klasteriuose pagal skiriamąją gebą (%).



2 pav. Uždavinių sunkumo pasiskirstymas.



3 pav. Skirtingų tipų uždavinių skaičius klasteriuose pagal sunkumą (%).

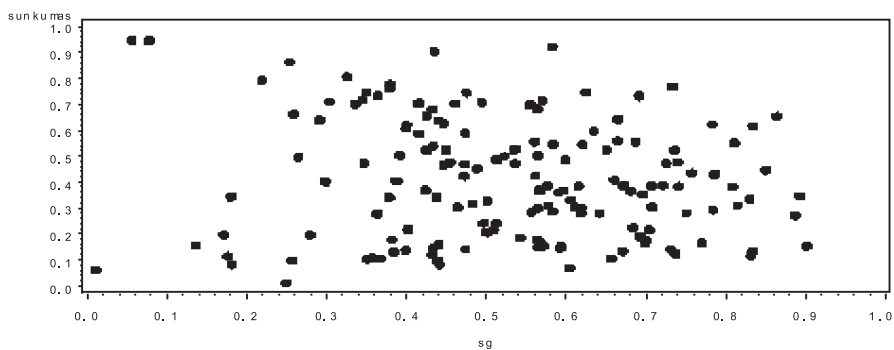
davinių klasterį papuošė daugiausia euristinių uždavinių. Tai rodo, kad į konkursą ateina gabūs moksleiviai, jų nebaugina sprendimo paieškos procesas, tačiau, nors algoritmai ir žinomi, moksleiviai nėra pakankamai pasiruošę atlikti sudėtingus algebrinius pertvarkymus.

Apibendrinant skiriamosios gebos ir sunkumo pasiskirstymą galime teigti, kad didžioji dalis šio konkurso uždavinių patenka į optimalią skiriamosios gebos ir sunkumo sritį (4 pav.).

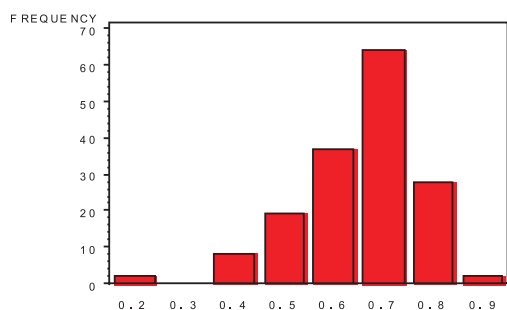
Uždavinio koreliacija su visa užduotimi laikome už uždavinį surinktų taškų ir už visą užduotį surinktų taškų koreliacijos koeficientą (Pirsono koreliacijos koeficientas).

Koreliacijos su visa užduotimi histogramoje (5 pav.) matyti, kad daugumos visų uždavinių koreliacija su visa užduotimi yra vidutinė (koreliacijos koeficientas lygus 0,7 ir mažesnis) [4]. Tai rodo, kad kiekvienas uždavinys turi įtakos galutiniam rezultatui.

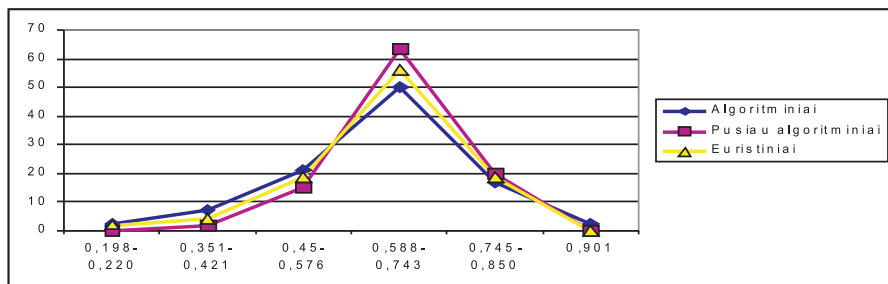
Klasterizuojant užduotis pagal koreliaciją, kiekvieno tipo uždavinių skaičius klasteriuose beveik toks pats (6 pav.). Analizuojant uždavinių pasiskirstymą klasteriuose pagal tematiką, pastebime, kad gana ryškiai išsiskiria tik aritmetinių ir algebrinių pertvarkymų uždavinių grupė. Šių uždavinių koreliacijos su visa užduotimi koeficientas didesnis (7 pav.).



4 pav. Uždavinio sunkumo ir skiriamosios gebos priklausomybės grafikas.



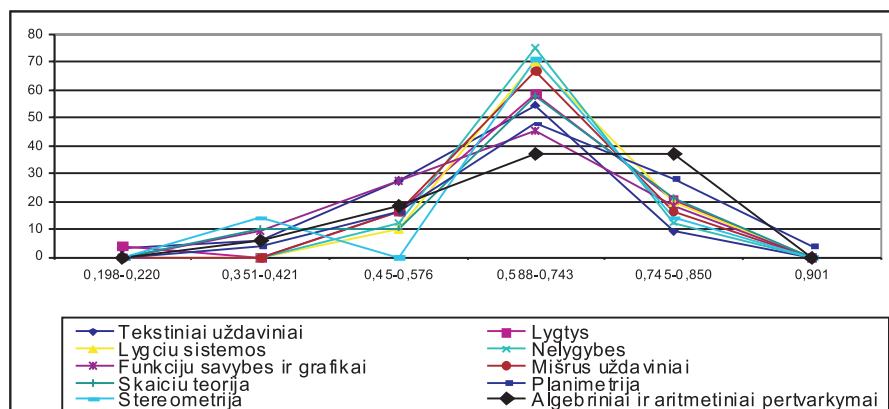
5 pav. Uždavinio koreliacijos su visa užduotimi pasiskirstymas.



6 pav. Skirtingų tipų uždavinių skaičius klasteriuose pagal koreliaciją (%).

3. Išvados

Prof. J. Matulionio konkursui parengti uždaviniai išsiskiria labai gera ir gera skiriamąja geba, tinkamas jų sunkumas, koreliacijos su visą užduotimi koeficientas. Tačiau už uždavinių skiriamų taškų skaičius neparodo uždavinio sunkumo. Tarp pačių sunkiausių uždavinių yra beveik vienodai trijų, keturių ir penkių taškų uždavinių. Klasterinės



7 pav. Skirtingų temų užduočių skaičius klasteriuose pagal koreliaciją (%).

analizės rezultatai rodo, kad nei vieno tipo ar tematikos uždaviniai neišsiskiria geresne nei kiti skiriamąja geba, nėra sunkesni už kitus. Tačiau pagal koreliacijos su visa užduotimi koeficientą išsiskiria algebrinių ir aritmetinių pertvarkymų uždavinių grupė. Šių uždavinių koreliacijos su visa užduotimi koeficientas didesnis.

Literatūra

1. V. Čekanaivičius, G. Murauskas. *Statistika ir jos taikymas*. TEV, Vilnius, 2002.
2. V. Drėgūnas, P. Rumšas. *Bendroji matematikos mokymo metodika*. Mokslas, Vilnius, 1984.
3. R.J. Elliott. *Learning SAS in the Computer Lab*. Duxbury press, Thomson Learning, Canada, 2000.
4. 2008 metų valstybinių brandos egzaminų rezultatų statistinės analizės. *Matematika*, http://www.egzaminai.lt/failai/798_rez_analize_2008_VBE_statistine_matematika.pdf.

SUMMARY

I. Zenkevičiūtė, V. Dabrišienė. Statistic analysis of prof. J. Matulionis young mathematicians contest tasks

Herein authors disclose the results of prof. Jonas Matulionis young mathematicians contest task's statistic analysis. Research sums 160 tasks (one task contains 5 exercises) from past nine years, solutions by more than 3 thousand students.

This analysis is done by examining exercises suitability for the contest according to few criterions: difficulty, resolution, correlation coefficient with task. Also, exercises were divided into types (algorithmic exercise, half algorithmic exercise and heuristic exercise) and topic (textual exercise; equations, equation systems; inequalities, function features and graphs; elements of number theory; plane geometry; stereometry; arithmetical and algebraical transforms). Description statistic's methods and cluster analysis was used to summarize material.

The analysis exposes that exercises prepared for prof. Jonas Matulionis contest stand out with excellent or very good resolution, reasonable difficulty, relevant correlation coefficient with task. Cluster analysis results indicate that all types of exercises are alike with their correlation coefficient, similar with their difficulty. However, algebraically and arithmetical transform exercises types separates in their correlation coefficient with whole task, it is higher here.

Keywords: mathematician's contest, difficulty, resolution, correlation with all task.