

Kriterijų svorių perskaičiavimas Bajeso metodu

Irina Vinogradova

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas
Saulėtekio 11, LT-10223 Vilnius

E. paštas: irina.vinogradova@vgtu.lt

Santrauka. Sprendimo priėmimo uždaviniuose efektyviai naudojami daugiakriteriai sprendimo priėmimo (angl. Multiple criteria decision making, MCDM) metodai. MCDM metodų sudedamoji dalis – kriterijų svoriai. Straipsnyje pasiūlytas Bajeso metodo taikymas kriterijų svoriams perskaičiuoti, kai sprendimą priimančias asmuo (SPA) atsižvelgia į kitų ekspertinių grupių nuomones. Perskaičiavimas aktualus, kai pasirinkimas individualizuojamas pagal atskiros ekspertų grupės nuomonę. Straipsnyje Bajeso metodo taikymas kriterijų svorių perskaičiavimui iliustruojamas vertinant nuotolinių studijų kursų kokybę. Kurso kokybė yra nustatoma SAW ir TOPSIS metodais.

Raktiniai žodžiai: alternatyvos parinkimas, Bajeso metodas, ekspertinis vertinimas, MCDM, nuotolinių studijų kursai, svoriai.

Įvadas

Bajeso formulė buvo publikuota 1763 m., praėjus dvejiems metams po autoriaus Tomo Bajeso mirties. Tačiau metodai, kuriems naudojama Bajeso formulė, buvo pradėti plačiai taikyti tik XX a. pabaigoje [8]. Metodas taikomas įvairiose mokslo srityse: socialiniuose, ekonominiuose modeliuose, medicinoje (kai pagal ligos požymius nustatoma diagnozė), informatikoje (kai kovojama su elektroninėmis šiukšlėmis) [7], vaizdų analizėje [18], klasikinės regresijos [3], duomenų tyryboje [8], klasifikacijoje [2, 3, 8], neuroninių tinklų modeliavime [11], matavimo duomenų neapibrėžtumui įvertinti [16] ir kt. Šio metodo taikymą nagrinėjo ir Lietuvos mokslininkai: J. Mockus, A. Žilinskas, V. Tiesis [12, 13] ir kt. Bajeso metodas dažnai naudojamas, norint įvertinti įvykių dažnumą, duomenų ar informacijos patikimumą [9] ir retų įvykių, įvykstančių žinomose situacijose, tikimybes. Bajeso metodas leidžia suprasti ir suformuluoti visas galimas hipotezes, ištiria esamą situaciją, atnaujina tos situacijos tikimybes, kurios buvo apskaičiuotos remiantis šiomis hipotezėmis. Šiame procese dažnai naudojamosi ekspertiniu vertinimu. Vienas iš panaudojimo pavyzdžių – apriorinės informacijos paruošimas, sujungiant ekspertinę informaciją [12] su faktiniais duomenimis [1]. Aptardami Bajeso metodus, G. Dzemyda ir kt. pabrėžia, kad vienas iš jų pagrindinių privalumų yra tas, kad šie metodai grindžiami vidutinėmis, praktikoje aptinkamomis sąlygomis [6]. Tačiau iki šiol Bajeso metodas nebuvo taikytas kriterijų svoriams perskaičiuoti. Tai pasiūloma šiame straipsnyje.

1 Sviurių nustatymo metodai

MCDM metoduose kriterijų įtaka sprendžiamo uždavinio rezultatams yra nevienoda, todėl svarbu nustatyti jų reikšmingumą. Kriterijų svoriai atspindi ekspertų vertintojų nuomonę apie kriterijų svarbą, lyginant su kitais kriterijais. Kriterijų svoriams nustatyti dažniausias taikomas vadinamasis subjektyvusis vertinimas, kai kriterijų reikšmingumą vertina specialistai ekspertai, nors žinomi objektyvūs ir apibendrinti įverčiai. Kai svorių skaičiavimo pagrindą sudaro specialistų ekspertų vertinimai, kriterijų svoriai nustatomi, taikant matematinės statistikos metodus. Nuo vertinimo metodo pasirinkimo priklauso svorių reikšmės ir jų tikslumas. Nepriklausomai nuo metodo, vertinimo principai išlieka, laikomasi pozicijos, kad svarbiausio kriterijaus svoris yra didžiausias. Sutarta, kad visų svorių suma turi būti lygi 1 [14].

Kriterijų svoriams nustatyti dažnai taikomas Analitinės Hierarchijos Proceso metodas AHP (angl. Analytic Hierarchy Process), dar vadinamas kriterijų porinio palyginimo metodu, buvo pasiūlytas JAV mokslininko T. Saaty 1970–1980 m. [17]. Porinio palyginimo metodo esmė yra ta, kad ekspertas vienu metu lygina tik du iš visų kriterijų [6]. Palyginimas poromis vyksta svarstyklių principu – nustatoma, kiek vienas kriterijus yra svarbesnis už kitą. Ekspertų vertinimui būdingas neapibrėžtumas. Jis priklauso nuo komisijos sudėties ir nuo ekspertų subjektyvios nuomonės. Jeigu vertinimas būtų pakartotas, nekeitus ekspertų grupės sudėties, rezultatai paprastai skirtusi nuo pirmojo vertinimo. Neraiškiųjų aibių teorija orientuota į neapibrėžtumo racionalizavimą. Neapibrėžtumo taikymas leidžia vertinti ne vieną taškinę reikšmę, bet tinkamų reikšmių intervalą.

AHP metodas buvo patobulintas taikant neraiškiuosius skaičius, atsižvelgiant į duomenų netikslumą bei neapibrėžtumą. P. J. M. Van Laarhovenas ir W. Pedrycius [10] pasiūlė algoritmą, pagrįstą neraiškiais skaičiais T. Saaty AHP metode. Pasiūlytame metode naudojami trikampio neraiškieji skaičiai. J. J. Buckley [4] neapibrėžtumui aprašyti taiko trapecijos neraiškiuosius skaičius. D. Y. Changas [5] pasiūlė algoritmą svorių vektoriui gauti, kai vektorius išreiškiamas kitu būdu, ne neraiškiais skaičiais. Darbe svoriams nustatyti taikomas AHP Fuzzy metode autorės pasiūlytas grupės porinio palyginimo matricos sudarymo būdas, taikant neraiškiuosius trikampio skaičius [19].

2 Kriterijų svorių perskaičiavimas Bajeso metodu

Kai sprendimą priimantys ekspertai nori atsižvelgti į kitos grupės nuomonę, darbe siūloma kriterijų svorius perskaičiuoti, taikant Bajeso metodą. Bajeso formulė:

$$P(H_\zeta|A) = \frac{P(H_\zeta)P(A|H_\zeta)}{\sum_{\zeta=1}^s P(H_\zeta)P(A|H_\zeta)} \quad (\zeta = 1, 2, \dots, s), \quad (1)$$

s -įvykių skaičius. Bajeso metodo idėja ta, kad tikimybė patikslinama gavus naują informaciją. Kriterijų svoriai patikslinami gavus kitos ekspertų grupės informaciją. Bajeso formulėje visų įvykių tikimybių suma turi būti lygi: $\sum P(H_\zeta) = 1$. MCDM metoduose vertinamų kursų kokybės kriterijų svorių suma lygi $\sum w_j = 1$ ir yra pilnosios tikimybių grupės analogas. Pradinius kriterijų svorius pažymėsime $w_j = w(H_j)$. Kiekvienos ekspertų grupės kriterijų svorių įtakos laipsnis yra $w(X|H_j)$. Todėl Bajeso

formulę galima perrašyti taip:

$$w(H_j|X) = \frac{w(H_j)w(X|H_j)}{\sum_{j=1}^m w(H_j)w(X|H_j)} \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (2)$$

m -kriterijų skaičius. Kai ekspertai atlieka vertinimus X_{jt} taikydami 10 balų sistemą, kriterijų svorių įtakos laipsnis lygus:

$$w(X|H_j) = \frac{\sum_{t=1}^T X_{jt}}{10T} \quad (t = 1, 2, \dots, T), \quad (3)$$

T -ekspertų skaičius. Aposterioriniai svoriai $w(H_j|X)$ skaičiuojami taikant Bajeso formulę.

3 Nuotolinių studijų kursų parinkimas pagal skirtingas ekspertų grupes

Šiame skyriuje pateikiamas trijų nuotolinių kursų kokybės vertinimas, atsižvelgiant į skirtingų vertintojų grupių nuomones. Nuotolinio kurso kūrimas yra ilgas procesas, kuriame dalyvauja kelių sričių specialistai. Išskiriami du pagrindiniai nuotolinių kursų kūrimo etapai – mokomosios medžiagos parengimas ir informacinių priemonių naudojimas, dėstant kursą per nuotolį. Kurso kūrimas vyksta nuosekliais etapais. Kiekvieno etapo pabaigoje atliekamas ekspertinis vertinimas. Vertinant nuotolinių studijų kursus, yra svarbi besimokančiųjų nuomonė apie kursų ir studijų kokybę. Nuotolinių studijų kursų kokybė vertinama trimis etapais. I etapas – turinio vertinimas, II etapas – IT priemonių panaudojimas, III etapas – studentų vertinimas. Atitinkamai vertinimą atlieka kompetentingos šioje srityje ekspertų grupės: I etapas – dėstytojai, II etapas – IT specialistai, III etapas – studentai.

Kursas vertinamas pagal 16 kokybės kriterijų, trimis nuosekliais etapais. I etapas – kurso turinio vertinimas: 1. Kurso struktūra; 2. Medžiagos atitikimas studijų programai; 3. Medžiagos aktualumas; 4. Žinių patikrinimas; 5. Medžiagos aiškumas. II etapas – informacinių priemonių naudojimo vertinimas: 6. Kurso medžiagos pateikimas; 7. Žinių patikrinimo, pažymio skaičiavimo priemonės; 8. Mokymosi bendruomenė; 9. Medžiagos nuskaitymas bei prieinamumas; 10. Personalizavimas; 11. Pagalba studijuojančiajam. III etapas – studentų nuomonė apie kursų kokybę: 12. Dėstytojo profesionalumas; 13. Mokymo organizavimas, pagalba studentams; 14. Savarankiškas mokymasis; 15. Kurso praktinė nauda; 16. Informacinių technologijų naudojimas.

Buvo atliktas trijų etapų nepriklausomų ekspertų kursų kokybės vertinimas. Kriterijų svarbumas buvo nustatytas AHP Fuzzy metodu. Trijų kursų vertinimo rezultatai ir kriterijų svoriai yra pateikti 1 lentelėje. Sumuojant trijų etapų vertinimo rezultatus, reikia atsižvelgti į tai, kad vertinimo etapų svarbumas yra nevienodas. Skiriasi darbo apimtis, laikas, kurio reikia kursui parengti ir jį įvertinti, ekspertų kvalifikacija. Vertinimo svarbumą (svorius) nustato už studijų kokybę atsakingas aukštosios mokyklos administracijos skyrius.

Visų trijų etapų kriterijų m svoriai perskaičiuojami, atsižvelgiant į etapų svarbumą, atliekant nesudėtingą duomenų transformavimą: $\tilde{w}_i = w_i \cdot w_{etapo}$, $\sum_{i=1}^m \tilde{w}_i = 1$, čia \tilde{w}_i – apibendrintų trijų vertinimo etapų kriterijų svoriai, kurių suma lygi 1, w_i – atskiro vertinimo etapo kriterijų svoriai, w_{etapo} – vertinimo etapo svoriai. Bajeso meto-

1 lentelė. Trijų kursų įverčiai ir svoriai pagal vertinimo kriterijus.

Kr. nr.	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8
w	0,209	0,205	0,195	0,185	0,207	0,235	0,193	0,043
1 kur.	9,000	9,000	9,750	9,250	9,250	9,333	10,000	8,333
2 kur.	9,000	9,750	9,750	8,750	10,000	9,000	9,000	8,000
3 kur.	10,000	10,000	9,500	9,000	9,500	10,000	9,000	8,667

Kr.nr.	k9	k10	k11	k12	k13	k14	k15	k16
w	0,194	0,171	0,164	0,211	0,207	0,205	0,193	0,185
1 kur.	8,667	7,333	7,333	9,778	9,667	9,667	9,222	9,778
2 kur.	10,000	7,000	8,667	9,539	9,846	9,385	9,077	9,077
3 kur.	10,000	8,333	8,333	9,875	9,500	9,000	7,625	9,625

2 lentelė. Atskirų ekspertų grupių kriterijų įtakos laipsnis $w(X|H_j)$.

Etapai	Dėst.	IT spec.	Stud.
I etapas	0,9429	0,9429	0,9300
II etapas	0,8143	0,9429	0,8733
III etapas	0,8714	0,8571	0,9433

do taikymo tikslas – pakoreguoti vertinimo etapų svorius, atsižvelgiant į kitų trijų ekspertų grupių nuomones. Tokiu atveju geriausio kurso pasirinkimas yra personalizuojamas pagal atskiros ekspertų grupės nuomonę, atsižvelgiant į SPA (administracijos) sprendimą. Administracijos nustatyti etapų svoriai ($w(H_j) = 0,3649, 0,3261, 0,3090$) yra koreguojami atskirų ekspertų grupių kriterijų įtakos laipsniu $w(X|H_j)$. Kiekvienos ekspertų grupės nariai atliko tų pačių etapų svarbumo tiesioginį vertinimą X dešimtbalėje sistemoje. Atskiros ekspertų grupės kriterijų $w(X|H_j)$ vertinimo rezultatui įtakos laipsnis pateiktas 2 lentelėje. Pritaikius Bajeso formulę, gaunami visų ekspertų grupių nustatyti vertinimo etapų svoriai (3 lentelė).

Su perskaičiuotais kriterijų svoriais pagal nustatytos kiekvienos grupės vertinimo etapų svarbumą buvo atliktas kursų kokybės vertinimas taikant SAW ir TOPSIS daugiakriterius metodus [15]. Galutiniai trijų vertinimo etapų suminiai rezultatai pateikti 4 lentelėje.

Pasirenkant tinkamiausią nuotolinį kursą, pagal atskiras ekspertų grupių nuomones, geriausiai įvertintu liko 3 kursas. Šiuo atveju visų grupių ekspertų pasirinkimas sutapo. Kriterijų svorių koregavimas neturėjo įtakos kurso vertinimo rezultatams, taikant TOPSIS metodą. SAW metodu nustatyti 1-ojo ir 2-ojo kurso kokybės vertinimo rezultatai mažai skiriasi.

3 lentelė. Vertinimo etapų svoriai $w(H_j|X)$, atsižvelgiant į skirtingų ekspertų grupių nuomonę.

$w(H_j)$	Dėst.	IT spec.	Stud.
0,3649	0,3915	0,3754	0,3706
0,3261	0,3021	0,3355	0,3110
0,3090	0,3064	0,2891	0,3184

4 lentelė. Galutiniai apibendrinti kursų vertinimo rezultatai, atsižvelgiant į skirtingų ekspertų grupių koreguotus etapų svorius.

	SAW				TOPSIS			
	Adm.	Dėst.	IT sp.	Stud.	Adm.	Dėst.	IT sp.	Stud.
1 kur.	0,3308	0,3296	0,3293	0,3310	0,4349	0,3773	0,3697	0,4426
2 kur.	0,3320	0,3330	0,3327	0,3321	0,5042	0,5133	0,4992	0,5080
3 kur.	0,3372	0,3375	0,3380	0,3370	0,5851	0,5974	0,6160	0,5764

4 Išvados

Straipsnyje pasiūlytas Bajeso metodo taikymas kriterijų svorių perskaičiavimui panaudotas nuotolinių studijų kursų vertinime. Nepriklausomi ekspertai vertino kursus ir nustatė jų kokybės kriterijų svorius. Vertinimas atliktas trimis etapais, vertinimo etapų svarbumą nustatė administracija. Bajeso metodas buvo pritaikytas vertinimo etapų svarbumui perskaičiuoti, kai sprendimą priimančio asmens nuomonė buvo koreguojama kitų ekspertų grupių. Tokiu atveju geriausio kurso pasirinkimas buvo personalizuojamas pagal atskiros ekspertų grupės nuomonę, atsižvelgiant į SPA (administracijos) sprendimą. Vertinant nuotolinius kursus, visų grupių ekspertų pasirinkimai sutapo.

Literatūra

- [1] R. Alzbutas. *Experts Information Application Using Bayesian Approach and Fuzzy Logic*. Atomic Energy Press, China, 2005.
- [2] V. Balys. *Mokslinės terminijos matematiniai modeliai ir jų taikymas leidinių klasifikavime*. Daktaro disertacija. 2009.
- [3] C.M. Bishop and M.E. Tipping. Bayesian regression and classifications. In *Advances in Learning Theory: Methods, Models and Applications*, NATO Sci. Ser. III: Comput. Syst. Sci., vol. 190, pp. 267–285, 2003.
- [4] J.J. Buckley. Fuzzy hierarchical analysis. *Fuzzy Sets Syst.*, **17**(3):233–247, 1985.
- [5] D.Y. Chang. *Extent analysis and Synthetic Decision. Optimization Techniques and Applications*. Word Scientific, 1992.
- [6] G. Dzemyda, V. Šaltenis ir V. Tiešis. *Optimizavimo metodai*. MII, Vilnius, 2007.
- [7] P. Graham. *A Plan for Spam*. Available from Internet: <http://www.paulgraham.com/spam.html>, 2000.08.
- [8] G. Jakimauskas. *Duomenų tyrybos empirinių Bajeso metodų. Tyrimas ir taikymas*. Daktaro disertacija. 2014.
- [9] H.Y. Ke and F.F. Shen. Integrated Bayesian reliability assessment during equipment development. *Int. J. Quality and Reliability Manag.*, **16**(9):892–902, 1999.
- [10] P.J.M. Van Laarhoven and W. Pedrycz. A fuzzy extension of Saaty's priority theory. *Fuzzy Sets Syst.*, **11**(1):199–227, 1983.
- [11] D.J.C. MacKay. Probable networks and plausible predictions – a review of practical Bayesian methods for supervised neural networks. *Network: Comput. Neural Syst.*, **6**:469–505, 1995.
- [12] J. Mockus ir I. Vinogradova. Bajeso metodo taikymas nuotolinių kursų kokybei vertinti. *Liet. matem. rink. LMD darbai, ser. B*, **55**:90–95, 2014.

- [13] J.B. Mockus, V. Tieshis and A. Zilinskas. The application of Bayesian methods for seeking the extremum. *Towards Glob. Opt.*, **2**:117–130, 1978.
- [14] V. Podvezko. Sudėtingų dydžių kompleksinis vertinimas. *Verslas: teorija ir praktika*, **9**(3):160–168, 2008.
- [15] V. Podvezko. The comparative analysis of MCDA methods SAW and COPRAS. *Inžinerinė ekonomika–Eng. Econ.*, **22**(2):134–146, 2011.
- [16] A. Possolo and C. Elster. Evaluating the uncertainty of input quantities in measurement models. *Metrologia*, **51**:339–353, 2014.
- [17] T.L. Saaty. *The Analytic Hierarchy Process*. Graw-Hill, New York, 1980.
- [18] L. Stabingienė. *Vaizdų analizė naudojant Bajeso diskriminantines funkcijas*. Daktaro disertacija. 2012.
- [19] I. Vinogradova. Neapibrėžtumo įtaka AHP metodo vertinimams. *Liet. matem. rink. LMD darbai, ser. B*, **53**:243–248, 2012.

SUMMARY

Bayesian approach for criteria weights recalculation

I. Vinogradova

Multiple Criteria Decision Making (MCDM) methods are effectively used in decision making tasks. The weights of criteria are an integral part of MCDM methods. The paper proposes the Bayesian approach to recalculate the weights of the criteria, when the decision-maker takes into account the opinions of other expert groups. Recalculation is relevant when the selection is individualized by the opinion of separate expert group. In this paper the distance learning course was chosen by separate group of experts, using SAW and TOPSIS methods and recounted criteria weights by Bayesian method.

Keywords: the choice of alternatives, Bayesian method, expert evaluation, MCDM, distance learning courses, weights.