

Tikimybinis ekstremalių temperatūrų dinamikos vertinimas

Ilona Šeputytė¹, Robertas Alzbutas^{1,2}

¹*Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas*
Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas

²*Lietuvos energetikos institutas, Branduolinių įrenginių saugos laboratorija*
Breslaujos g. 3, LT-44403 Kaunas

E. paštas: ilonaseputyte@gmail.com, robertas.alzbutas@gmail.com

Santrauka. Siekiant atlikti Lietuvos oro metinių minimalių ir maksimalių temperatūrų (1961–2014 m.) tikimybinį vertinimą, taikant ekstremalių reikšmių skirstinius, visų pirma, kiekvienai ekstremumų imčiai buvo išrinktas jai tinkamiausias ekstremalių reikšmių skirstinys. Be minėto vertinimo ir sausojo termometro temperatūrų ekstremumų tyrimo, buvo atliktas ir drėgnojo termometro temperatūrų įvertinimas, įgalinantis nustatyti santykinį oro drėgnumą. Be to, taikant atrinktą Gumbelio skirstinį, buvo atlikta lokalių temperatūrų tikimybinė analizė duomenims rytinėje Lietuvos dalyje, tai yra Dūkšto regione. Pabaigoje buvo atlikta temperatūrų kitimo analizė naudojant slenkančių vidurkio metodą bei tyrinėta ekstremumų vertinimo kaita atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą.

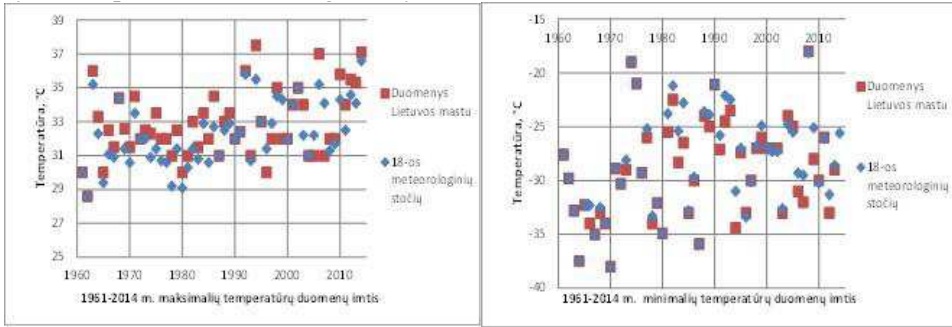
Raktiniai žodžiai: ekstremalios temperatūros, dinamika, tikimybinis vertinimas.

Įvadas

Ekstremalios temperatūros poveikis jaučiamas ne tik žmonėms, gamtai, bet gali padaryti didelių nuostolių esamiems ar naujai projektuojamiems nacionalinės svarbos objektams, todėl aktualu atlikti tikimybinę ir statistinę analizes, norint pasiruošti ir prisitaikyti prie galimų dar didesnių ekstremalių temperatūrų.

Pagrindinis darbo tikslas – tikimybinis ekstremalių temperatūrų dinamikos vertinimas, kuris atliekamas duomenims Lietuvoje ir atskirai Dūkšto regione, bei atskiras temperatūrų kaitos tyrimas. Darbe atliekami metinių minimalių ir maksimalių temperatūrų duomenų tikimybiniai vertinimai, kuriuos sudaro ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas, pasikartojimo periodų vertinimai, tinkamiausių ekstremalių reikšmių skirstinių atranka ir jų pritaikymas turimiems duomenims. Nustatomos drėgnojo termometro temperatūros. Taikant Gumbelio skirstinį, atliekama lokalių temperatūrų tikimybinė analizė rytinėje Lietuvos dalyje, tai yra Dūkšto regione. Taip pat atliekamas temperatūrų ekstremumų ir jų dinamikos tyrimas, taikant slenkančius vidurkius ir nagrinėjant jų kitimo tendenciją. Ir, galiausiai, vykdomas ekstremalių temperatūrų sklaidos ir kaitos tyrimas, kuomet tiriamas ekstremalių temperatūrų skirstinių parametru kitimas skirtingais metais.

Pagrindinė nagrinėjama duomenų imtis – Lietuvos aštuoniolikos meteorologinių stočių ekstremalios temperatūros (1961–2014 m.) (1 pav.). Duomenys gauti bendradarbiaujant su Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba. Be šių duomenų, iš įvairių



1 pav. Ekstremalių temperatūrų duomenų imtys.

šaltinių surinkta duomenų imtis, kuri apima ne tik meteorologines stotis, bet ir teritorijas, kuriose jų nėra (1 pav.). Taip pat buvo nagrinėjami ir įvairūs duomenys, skirti Dūkšto regionui tirti.

1 Metodika

Tikimybinis vertinimas atliekamas taikant ekstremalių reikšmių skirstinius [1, 6, 2]: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintąjį (GEV) ekstremalių reikšmių skirstinį.

Gumbelio skirstinio pasiskirstymo funkcija [4]:

$$F(x) = e^{-e^{-(x-\mu)/\sigma}},$$

čia μ – dažnio parametras, σ – nuokrypio parametras. Šie parametrai apskaičiuojami formulėmis:

$$\mu = \bar{X} - \gamma\sigma, \quad \sigma = \frac{s\sqrt{6}}{\pi},$$

čia \bar{X} – imties vidurkis, $\gamma = 0,5772$ – Eulerio konstanta, s – imties standartinis nuokrypis.

Veibulo skirstinio pasiskirstymo funkcija [1]:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\beta}, \quad x \geq \mu.$$

Apibendrintojo ekstremalių reikšmių skirstinio pasiskirstymo funkcija [4]:

$$F(x) = e^{-(1+\beta\frac{x-\mu}{\sigma})^{-\frac{1}{\beta}}}.$$

Veibulo skirstinio parametrai randami, naudojantis ribiniu parametru ir mažiausiais kvadratais, o GEV skirstinio parametrai – maksimalaus tikėtimumo metodu.

Ekstremalių reikšmių pasiskirstymo funkcijos pasikliautinuosius intervalus galima gauti, naudojantis CumFreq programa arba analitiniu būdu [7]. Pasikliautinieji intervalai randami pasinaudojant Binominio tikimybinio skirstinio standartiniu nuokrypiu S_d :

$$S_d = \sqrt{\frac{F(x) \cdot (1 - F(x))}{N}}, \quad 0 < F(x) < 1, \quad N - \text{imties dydis.}$$

Kai $N > 10$, naudojant 90% pasiklovimo ribas, Stjudento tikimybinio skirstinio t statistikos reikšmė yra 1,7. Tada pasikliautinojo intervalo ribos:

$$L = F(x) - 2 \cdot 1,7 \cdot (1 - F(x)) \cdot S_d, \quad U = F(x) + 2 \cdot 1,7 \cdot F(x) \cdot S_d.$$

Tikimybė, kad temperatūra ekstremalesnė nei ribinė x , gauta iš garantijų funkcijos [4]:

$$G(x) = 1 - F(x).$$

Temperatūra, kuri gali būti pasiekta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą T apskaičiuojama:

$$x_G = \mu + \sigma(-\ln(\ln(T) - \ln(T-1))), \quad x_W = \mu + \sigma(\ln(T))^{\frac{1}{\beta}},$$

$$x_{\text{GEV}} = \mu + \frac{\sigma}{\beta(\ln(T) - \ln(T-1))^\beta} - \frac{\sigma}{\beta}.$$

Siekiant įvertinti pasirinkto skirstinio tinkamumą turimiems duomenims, ar atlikti kelių skirstinių palyginimą, taikomi grafiniai atrinkimo metodai ir suderinamumo kriterijų tikrinimas [5]. Grafinius atrinkimo metodus sudaro empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos kvantilių bei tikimybės skirtumo grafikai. Pagrindiniai suderinamumo hipotezių tikrinimo kriterijai: Chi kvadrato, Kolmogorovo–Smirnov, Andersono–Darlingo.

Ekstremalių temperatūrų prognozė atliekama laiko eilučių prognozavimo metodais: autoregresiniu (AR), slenkamųjų vidurkių (MA) ir automatiniu ARIMA modeliu. Prieš atliekant analizę, patikrinamas duomenų stacionarumas. Stacionarumui tikrinti naudojama grafinė analizė ir ADF (išplėstinis Dickey–Fuller testas) testas. Jei duomenys nėra stacionarūs, tuomet pašalinamas trendas ir stacionarizuojamos laiko eilutės. Laiko eilutės stacionarizuojamos, atliekant pirmos eilės skirtuminę transformaciją, tokiu būdu analizuojamos ne nominalios maksimalios ir minimalios temperatūros reikšmės, o metiniai ekstremalių temperatūrų pokyčiai.

Pirmos eilės skirtuminė transformacija $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$, kur Y_t – laiko eilutės reikšmė momentu t , o Y_{t-1} – laiko eilutės reikšmė momentu $t-1$.

Taip pat klimato kaita nusakoma, kai bendrajame ekstremalių reikšmių modelyje fiksuotas parametras μ išreiškiamas tiesinės regresijos modelio lygtimi. Tiriamas ekstremalių temperatūrų skirstinių parametru kitimas skirtingais metais.

$$\mu(t) = B_0 + B_1 t, \quad B_0 \text{ ir } B_1 \text{ yra konstantos, } t - \text{laiko vienetas.}$$

Gumbelio skirstinio atveju parametrai randami momentų metodu (LMOM), o Apibendrinto skirstinio atveju maksimalaus tikėtimumo metodu (MLE), naudojant Matlab programą.

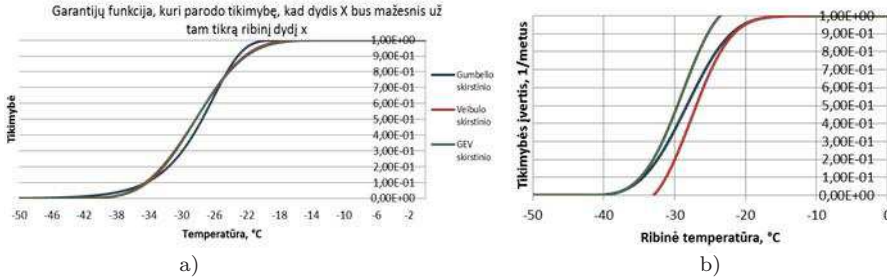
Nagrinėjamas padėties charakteristikos (vidurkio) kitimas, kaip kintant laikui, kinta tikimybinės tankio funkcijos. Turint parametrus μ , σ bei β , apskaičiuojami Gumbelio skirstinio ir Apibendrintojo skirstinio vidurkiai, bei jų 0,05 ir 0,95 kvantiliai.

Gumbelio skirstinio atveju vidurkis yra $\mu + \sigma \cdot \gamma$.

GEV atveju:

$$\mu - \frac{\sigma}{\beta} + \frac{\sigma}{\beta} \cdot g_k, \quad \text{kai } g_k = \Gamma(1 - k \cdot \beta), \quad k = 1, 2, 3, 4, \quad \text{o } \Gamma(n) = (n-1)!,$$

čia n – teigiama Gama funkcijos reikšmė. Vidurkių kvantiliai α (0,05 ir 0,95): (1) Gumbelio skirstinio atveju: $Q_\alpha = \mu - \sigma \cdot \log(-\log \alpha)$; (2) Apibendrintojo skirstinio atveju: $Q_\alpha = \mu - \frac{\sigma}{\beta}(1 - (-\log \alpha)^{-\beta})$, kai $\beta \neq 0$.



2 pav. a) Tikimybė, kad minimali temperatūra per metus bus ekstremalesnė, nei ribinis dydis x , b) minimalių temperatūrų tikimybių kreivė su 95% pasikliautiniais intervalais.

1 lentelė. Temperatūros viršijimo tikimybė ir pasikartojimo periodai.

		Gumbelio skirstinio						
Temperatūra, °C	30	31	32	33	34	35	36	37
Tikimybė	0,93379	0,74312	0,49360	0,28868	0,15678	0,08183	0,04184	0,02117
Pasikartojimo periodas, metai	1,1	1,3	2,0	3,5	6,4	12,2	23,9	47,2
		Veibulo skirstinio						
Tikimybė	0,89458	0,74213	0,54089	0,33677	0,17446	0,07333	0,02442	0,00629
Pasikartojimo periodas, metai	1,1	1,3	1,8	3,0	5,7	13,6	41,0	158,9
		Apibendrinto skirstinio						
Tikimybė	0,90170	0,74687	0,53563	0,32817	0,17094	0,07478	0,02654	0,00705
Pasikartojimo periodas, metai	1,1	1,3	1,9	3,0	5,9	13,4	37,7	141,9

2 Pagrindiniai rezultatai

Ekstremalių reikšmių skirstinius pritaikius minimalioms temperatūroms, gaunamas grafikas (2 pav., a), kuris vaizduoja tikimybę, kad minimali temperatūra per metus bus ekstremalesnė, nei ribinis dydis x . Atlikus skirstinio atranką, gaunama, kad minimalioms temperatūroms tinkamiausias yra GEV skirstinys, tikimybių kreivei nubrėžiami 95% pasikliautinieji intervalai (2 pav., b).

Maksimalių temperatūrų viršijimo tikimybės ir pasikartojimo periodai pateikti 1-je lentelėje.

Dūkšto regiono tyrimas, pritaikius Gumbelio skirstinį, buvo su tokiais imtinis:

- sausojo termometro temperatūra, kuri užfiksuojama meteorologijos stotyje;
- drėgnojo termometro temperatūra, kuri apskaičiuojama pagal formulę [6]:

$$T_d = \frac{0,00066 \cdot P_h \cdot T_s + \frac{4098 \cdot E}{(T_{rt} + 237,7)^2} \cdot T_{rt}}{0,00066 \cdot P_h + \frac{4098 \cdot E}{(T_{rt} + 237,7)^2}};$$

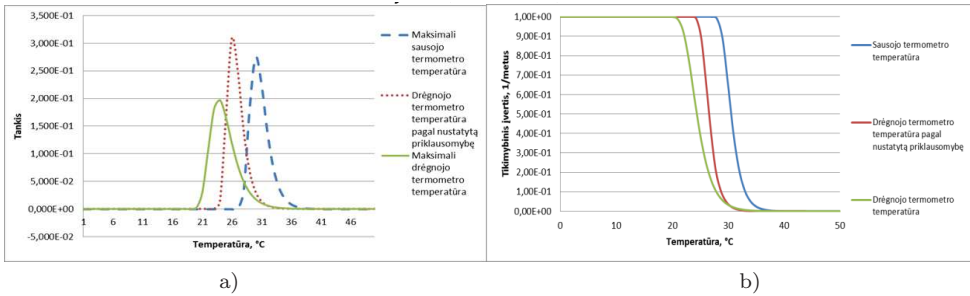
- įvertinta ekstrapoliuota T_d temperatūra, gauta pagal regresijos lygtį:

$$y = 0,8915x - 0,681.$$

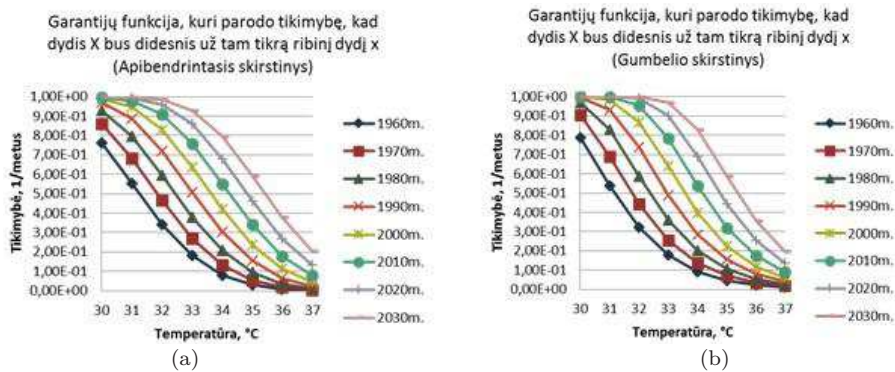
Pagrindiniai ekstremalių temperatūrų kaitos tyrimo rezultatai pateikti 4 ir 5 paveiksluose.

3 Išvados

1. Atlikus tikimybinį vertinimą, nustatyta, kad Lietuvos rekordo (-38°C , 1970 m. užfiksuoto Utenoje) pasikartojimo periodas skirtingiems skirstiniams yra 26 (Gumbelio),



3 pav. a) Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio tikimybiniai tankiai atskiroms imtims, b) Maksimalių temperatūrų tikimybių kreivės.



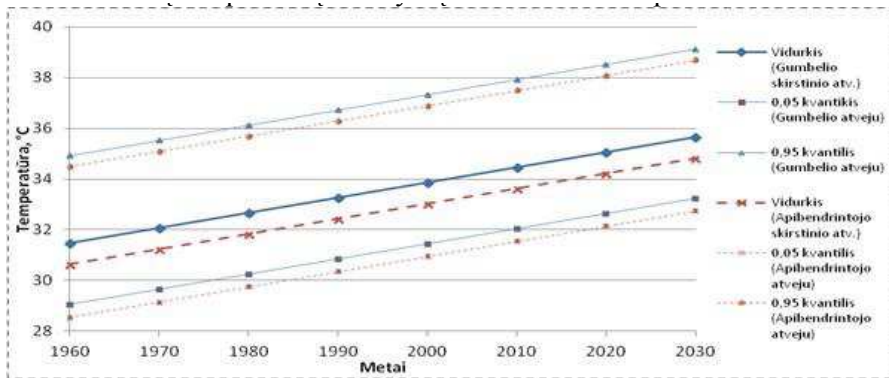
4 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybių kaita pagal GEV (a) ir Gumbelio (b) modelį.

62 (Veibulo) ir 63 m. (Apibendrintojo). Pritaikius empirinio ir teorinio skirstinių palyginimą bei kriterijais patikrinus suderinamumo hipotezes pastebėta, kad turimiems minimalių temperatūrų duomenims geriausiai tinka Apibendrintasis (GEV) skirstinys. Taikant šį skirstinį tik pagrindinių meteorologinių stočių duomenims, nustatyta jog -30°C ar mažesnės metinės temperatūros tikimybė yra 0,36.

2. Atlikus tikimybinį vertinimą, nustatyta, kad Lietuvos rekordo ($37,5^{\circ}\text{C}$, 1994 m. užfiksuoto Zanasuose) pasikartojimo periodas skirtingiems skirstiniams yra 67 (Gumbelio), 347 (Veibulo) ir 323 m. (Apibendrintojo). Palyginus skirstinius nustatyta, kad nagrinėtiems Lietuvos meteorologinių stočių duomenims geriausiai tinka Gumbelio skirstinys. Taikant šį skirstinį tik pagrindinių meteorologinių stočių duomenims, nustatyta jog 30°C ar didesnės metinės temperatūros tikimybė yra 0,93.

3. Pritaikius Gumbelio skirstinį Dūkšto regiono tyrimui, nustatyta, jog per 50 metų laikotarpį galimai viršijama metinių maksimumų temperatūra Dūkšto regione yra: $35,3^{\circ}\text{C}$ (sausio termometro) ir apie 31°C (drėgnojo termometro) temperatūra. Šie ir kitų pasikartojimo periodų vertinimai gauti atsižvelgiant į tai, jog atskirais atvejais drėgnojo termometro temperatūros nebuvo išmatuotos, bet buvo prognozuotos.

4. Atlikus temperatūrų kitimo analizę slenkančių vidurkių metodu, kuomet imami 30 metų laikotarpiai, buvo nustatytas temperatūros metinių ekstremumų didėjimas laike, kas tiesiogiai siejama su identifikuota klimato kaita Lietuvoje. Pagal būsimą 2020 metų temperatūrų skirstinį 33°C viršijimo tikimybė yra 0,90, o pagal 2010 metus, atitinkama viršijimo tikimybė yra tik 0,79, atitinkamai pasikartojimo periodai yra 1,1 ir 1,3 metai. Analogišką analizę galima atlikti ne tik atrinkto Gumbelio, bet



5 pav. Maksimalių temperatūrų skirstinių vidurkiai ir kvantiliai skirtingiems laiko momentams.

ir kitų, pvz. Apibendrintojo (GEV) skirstinio atveju. Visgi maksimalių temperatūrų duomenų analizėje, taikant Gumbelio skirstinį, yra konservatyviai gaunami mažesni pasikartojimo periodai ir didesnė tikimybė, jog bus viršyta nagrinėta maksimali temperatūra. Toks pasirinkimas taip pat tinkamas atliekant ekstremalių temperatūrų pavojaus vertinimą ar rizikos analizę.

Literatūra

- [1] A. Aksomaitis. *Tikimybių teorija ir statistika*. Vadovėlis aukštųjų mokyklų studentams. Technologija, Kaunas, 2000.
- [2] J. Beirlant, J. Teugels and P. Vynckier. *Practical Analysis of Extreme Values*. Leuven University Press, 1996.
- [3] S. Coles. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer-Verlag, London, 2001.
- [4] S. Kotz and S. Nadarajah. *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. Imperial College Press, London, 2000.
- [5] P.N.D. Murphy, M. Xie and R. Jiang. *Weibull Models*. John Willey & Sons, New Jersey, 2004.
- [6] A. Revering. *Meteorologinių formulių sąrašo tinklalapis*. Adresas internete: <http://www.aprweather.com/pages/calc.htm>.
- [7] H.P. Ritzema. *Drainage Principles and Applications*. International Institute for Land Reclamation and Improvement, The Netherlands, 1994.

SUMMARY

Probabilistic assessment of extreme temperature dynamics

I. Šeputytė, R. Alzbutas

In order to estimate likelihood of the annual minimum and maximum Lithuanian air temperatures (based on 1961–2014 data) the probabilistic assessment using the extreme value distributions was performed, in particular, for each sample the best extreme value distribution was identified. In addition, to the previously mentioned study of dry bulb temperature extremes, wet bulb temperature extremes study, which enables to determine the relative humidity, was also carried out. Using the selected Gumbel distribution, the local temperature data analysis in eastern Lithuania, i.e. in Dūkštas, region was conducted. Then temperature variation analysis using the moving average method was carried out and the extremes changes in view of the uncertain data were investigated.

Keywords: extreme temperature, dynamics, probabilistic assessment.