

Testo užduočių sunkumo analizės patirtis: kai kurių mokyklinės matematikos uždavinių sunkumas

Aleksandras Krylovas, Joana Kastickaitė

Mykolo Romerio universitetas, Ekonomikos ir finansų valdymo fakultetas

Ateities g. 20, LT-08303 Vilnius

E. paštas: krylovas@mruni.eu, kasjoa@mruni.eu

Santrauka. Straipsnyje aprašoma autorių daug metų taikoma studentų matematinių žinių tikrinimo metodika, naudojant testus su išlygiagretintais uždarojo tipo klausimų variantais. Pristatoma testo užduočių sunkumo analizės patirtis, nagrinėjamas kai kurių mokyklinės matematikos uždavinių sunkumas.

Raktiniai žodžiai: žinių tikrinimo testai, klausimo sunkumas, matematikos dėstymas.

1 Tyrimo metodologija

Straipsnio autoriai daug metų tikrina studentų matematines žinias, naudodami testus su uždarojo tipo išlygiagretintais klausimų variantais, t. y. uždavinių klausimai turi po kelis atsakymų variantus, atitinkami uždaviniai pateikiami panašaus pobūdžio, tačiau skiriasi kintamųjų žymėjimais, skaičiais. Studentams pateikiami skirtingi uždavinių rinkiniai, todėl mažėja akademinio nesąžiningumo galimybės, gali būti testuojami dideli studentų srautai [3].

Laikydami testus, studentai pildo nustatyto pavidalo atsakymų korteles (1 pav.), kurios nuskaitomos ir apdorojamos autorių parašytomis kompiuterinėmis programomis. Kortelių kompiuterinio apdorojimo rezultatai užrašomi į specialaus pavidalo rinkmenas (rezultatai parodyti 2 pav., 1 ir 2 lentelėse).

Rezultatų lentelė (2 pav.) parodo kiekvieno studento įrašytus į rinkmeną teisingus, klaidingus, nepateiktus, neįmanomus ir programos nesuprastus atsakymus. Atsakymas gali būti nesuprastas, jei neteisingai užpildyta atsakymų kortelė. Neįmanomas atsakymas – tai atsakymo numeris, kurio nėra teste. Testo rezultatų pilnoji matrica (1 lent.) taip pat, kaip ir studentų testo rezultatų lentelė parodo kiekvieno studento teisingus, klaidingus, nepateiktus, neįmanomus ir programos nesuprastus atsakymus. Pilnojoje matricoje raide n pažymėti klausimai, kurie nebuvo pateikti konkrečiam studentui. Testuose ne visada visi klausimai pateikiami kiekvienam studentui.

Kai kurie testo klausimai sujungti į blokus. Rinkmenos priedvardžio skaičius nurodo, ar uždavinys turi vieną klausimą, ar uždavinį sudaro dviejų arba daugiau klausimų blokas. Pavyzdžiui, rinkmena „akt0001.qs1“ yra atskiras klausimas, o rinkmena „akt0009.qs2“ – dviejų klausimų blokas. Klausimų blokai leidžia uždavinį suskaidyti į dalis.

Klausimų statistika (2 lent.) parodo keliems studentams buvo pateiktas klausimas, kiek studentų į konkretų klausimą atsakė teisingai, kokį procentą jie sudaro visų studentų, kuriems buvo pateiktas konkretus klausimas (5 stulpelis). Ši lentelė taip pat parodo, kiek studentų neatsakė į tam tikrą klausimą, atsakytų klausimų

TESTO PAVADINIMAS
MATEMATIKA. Pirmasis testas

FAKULTETAS
SIF
KURSAS
GRUPĖ
Vibns0-01

KODAS SERIJA VARIANTAS
1 5 0 9 3 5 6 1 0 1 5

VARDAS
Vardenis

PAVARDĖ
P A V A R D E N I S

PASTABOS DATA
2 0 1 1 0 5 2 5

PARAŠAS
Vardenis Pavardenis

ŽYMĖKITE TIK VIENA ATSAKYMA

TEISINGA ATSAKYMA ŽYMĖKITE TAIP
TAIP ŽYMĖTI NEGALIMA

1 pav. Atsakymų kortelės pildymo pavyzdys.

Kodas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	+	-	
6467	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	0	18	1
6262	+	+	+	+	+	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	19	0
6459	+	-	+	+	-	0	+	0	0	0	0	+	-	-	-	+	0	0	0	0	0	6	5

- (+) teisingas atsakymas
- (-) klaidingas atsakymas
- (o) atsakymas nepateiktas
- (?) nesuprastas atsakymas
- (!) neįmanomas atsakymas

2 pav. Dalies studentų testo rezultatai.

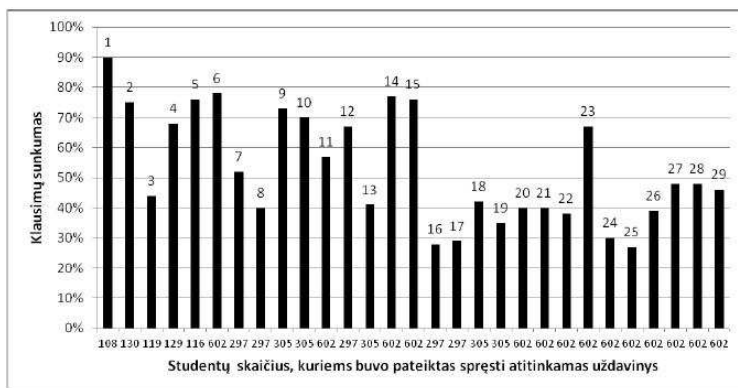
1 lentelė. Mokyklinės matematikos testo pilnosios rezultatų matricos dalis.

n	+	n	n	+	n	-	+	n	n	+	-	-	+	-	!	-	-	-	-	n	-	-	!	-	-	n	n	-
n	-	n	n	-	n	+	+	n	n	-	o	o	-	o	+	-	-	o	o	+	-	-	o	-	o	n	n	n
n	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	n	n	n	n	n	n	+	n	n	n	n

2 lentelė. Mokyklinės matematikos testo dalies klausimų statistika.

Nr.	Rinkmena	Pateikta	+	+/Pat. (proc.)	-	+/(+, -) (proc.)
1	2	3	4	5	6	7
1.	akt0001.qs1	108	97	90	11	90
2.	akt0007.qs1	602	467	78	127	79
3.	akt0009.qs2	297	153	52	120	56
4.	akt0009.qs2	297	118	40	129	48

procentą nuo atsakytų ir neatsakytų, bet bandytų atsakyti (+, -) klausimų (7 stulpelis). Studentams rekomenduojama nespėlioti ir palikti neatsakytus klausimus, ten kur nepavyko išspręsti uždavinio.



3 pav. Mokyklinės matematikos testo, pateikto MRU studentams, klausimų sunkumas.

2 Mokyklinės matematikos testas

Tyrimo tikslas – išanalizuoti mokyklinės matematikos žinių tikrinimo testų kai kurių uždavinių klausimų sunkumą ir, remiantis analize, patikrinti, ar visada pagrįstas valstybinių brandos egzaminų uždavinių taškų skyrimas už teisingai išspręstus uždavinius.

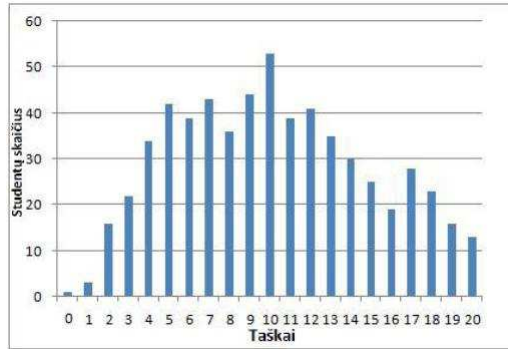
3 pav. pateikti mokyklinės matematikos testo rezultatų statistiniai duomenys. Testą laikė įvairių Mykolo Romerio universiteto (MRU) ekonomikos ir vadybos specialybių 602 studentai 2012–2013 studijų metų rudens semestre. Buvo tiriamos studentų žinios, kurias jie įgijo mokykloje. Testą sudarė skaičių, skaičiavimų, algebros, funkcijos ir analizės pradmenų temos. Kiekvienam studentui buvo pateiktas 20 klausimų žinių tikrinimo testas, kurį sudarė uždarojo tipo klausimai. Klausimai buvo atsitiktinai parinkti iš 29 skirtingų uždavinių tipų. Šie uždaviniai sunumeruoti ir atitinka stulpelių numerius, o diagramos apačioje (3 pav.) parodyta keliems studentams buvo pateiktas spresti atitinkamas uždavinys. Klausimo sunkumą (3 pav.) išreiškia santykis: visų studentų už konkretų klausimą surinktų taškų suma su visų už šį klausimą teoriškai galimų taškų suma. Kadangi visi mokyklinės matematikos testo klausimai buvo vertinami vienu tašku, tai klausimo sunkumas (3 pav.) tiesiogiai parodo, kuri dalis studentų į tą klausimą atsakė teisingai.

Kiekvienas studentas gavo skirtingą testo variantą. Testas truko 90 minučių. Buvo tikrinami tik studentų pateikti atsakymai. Kiekvienas teisingas atsakymas buvo vertinamas 1 tašku.

Mokyklinės matematikos testą laikusių studentų pasiskirstymas pagal surinktus taškus pateiktas diagramoje (4 pav.). Mokyklinės matematikos testo taškų sumos vidurkis – 10,17, taškų sumos standartinis nuokrypis – 4,77.

3 Kelių uždavinių analizė

2011 m. matematikos valstybiniame brandos egzamine [1] buvo pateiktas uždavinys: išspręsti dviejų tiesinių lygčių sistemą, kai du koeficientai lygūs vienetui (5 pav.). Tokiu atveju iš vienos lygties vieną kintamąjį iš karto galima išreikšti kitu ir įrašyti į kitą lygtį, t. y. uždavinys nereikalauja lygties pertvarkio (dalybos iš koeficiento). Bran-



4 pav. Mokyklinės matematikos testą laikusių studentų pasiskirstymas pagal surinktus taškus.

B→9. Išspręskite lygčių sistemą $\begin{cases} 4x + y = 2, \\ -2x + y = 8. \end{cases}$ (3 taškai)

Taškų pasiskirstymas (%)				Sunkumas	Skiriamoji geba	Koreliacija
0	1	2	3			
12,25	2,75	8,50	76,50	0,83	0,49	0,56

5 pav. Lygčių sistemos, pateiktos 2011 m. matematikos valstybiniame brandos egzamine, statistinė analizė.

dos egzamine šitas uždavinys įvertintas 3 taškais, o pateikta [4] rezultatų statistika (5 pav.) rodo, kad didžioji dalis (76,5%) abiturientų jį išsprendė teisingai ir gavo 3 taškus, o 0, 1 ir 2 taškus gavo atitinkamai 12,25%, 2,75% ir 8,50% abiturientų. Taigi uždavinys pateikė santykinai nedaug informacijos apie abiturientų žinių pasiskirstymą ir jo vertinimas trimis taškais nesiderina su jo sunkumu. Kita vertus, tai liudija ir [4] pateiktas uždavinio sunkumas – 83%.

Mūsų patirtis rodo, kad tokio tipo uždaviniai yra vidutinio, ar net kiek mažesnio už vidutinį, sunkumo. Iš diagramos (3 pav.) matome, kad 23 uždavinys (6 pav.) buvo pateiktas visiems 602 studentams, teisingai jį išsprendė 67% studentų. Du trečdaliai testo klausimų buvo sunkesni už 23 klausimą. Svarstytinas klausimas, ar ženkliai padidina sunkumą trupmeniniai atsakymai, nes brandos egzamino pavyzdyje atsakymą sudaro sveikieji skaičiai $x = -1, y = 6$, o lygčių sistemos koeficientai (6 pav.) parinkti taip, kad atsakymas yra dvi racionaliosios trupmenos.

23 Išspręskite lygčių sistemą $\begin{cases} x + 8q = 9 \\ x - q = 20. \end{cases}$

① $x = \frac{169}{9}, q = -\frac{11}{9};$
 ② $x = \frac{169}{7}, q = -\frac{11}{7};$
 ③ $x = \frac{170}{9}, q = -\frac{10}{9};$
 ④ $x = 24, q = -\frac{10}{9};$
 ⑤ $x = \frac{170}{7}, q = -\frac{10}{7};$
 ⑥ $x = \frac{170}{9}, q = -\frac{11}{9}.$

6 pav. Lygčių sistema mokyklinės matematikos teste.

7. Funkcijos $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ išvestinės reikšmė, kai $x = -2$, $f'(-2) =$

A -1 B 5 C 7 D -9 E $\frac{5}{2}$

7 pav. Nagrinėjamas uždavinys iš 2002 m. matematikos valstybinio brandos egzamino užduoties.

25 Funkcijos $f(s) = \frac{10s+10}{14s+5}$ išvestinės reikšmė, kai $s = -3$, $f'(-3) =$

① $-\frac{86}{295}$;
 ② $\frac{197}{1369}$;
 ③ $-\frac{89}{1369}$;
 ④ $-\frac{90}{1369}$;
 ⑤ $-\frac{87}{1447}$;
 ⑥ $-\frac{111}{111}$.

8 pav. Nagrinėjamas uždavinys iš mokyklinės matematikos testo.

Subtilesnė užduočių sunkumo analizė reikalauja atskirai nagrinėti, kiek teisingai uždavinių (klausimų) sprendžia „stiprieji“ ir „silpnieji“ testuojamieji. Šis rodiklis vadinamas uždavinio skiriamoji geba, ir brandos egzaminų rezultatų statistinėje analizėje ji skaičiuojama kaip išreikštas procentais skirtumas tarp teisingų atsakymų dalies 27% geriausiai išlaikiusių testą ir 27% blogiausiai išlaikiusių testą abiturientų [5]. Bendruoju atveju skiriamoji geba gali būti išreikšta testuojamojo žinių lygio funkcija, kurios reikšmė yra teisingo atsakymo į analizuojamą klausimą tikimybė [2]. Šiame straipsnyje klausimų skiriamoji geba nenagrinėjama.

Dalis valstybinio matematikos brandos egzamino užduočių yra testų uždarojo tipo klausimai, kurie vertinami 1 tašku, kai nurodytas teisingas atsakymas. Tokie uždaviniai turėtų būti nesunkūs ir nereikalauti atlikti daug veiksmų. Tačiau, kaip rodo uždavinio [1] (7 pav.) analizė, taip pavyksta ne visada.

Tarp pateiktų mokyklinės matematikos testo klausimų vienas iš sunkesnių buvo analogiškas paminėtam brandos egzamino uždaviniui racionaliosios funkcijos išvestinės duotajame taške skaičiavimo uždavinys (8 pav.). Teisingą atsakymą nurodė tik 27% studentų.

4 Išvados

Atliktas tyrimas papildė autorių anksčiau atliktus edukologinius tyrimus. Straipsnyje aprašyti testai su lygiagrečiųjų variantų uždarojo tipo klausimais leidžia pateikti panašius, tačiau skirtingus uždavinius dideliems studentų srautams. Taikydami tokius testus, autoriai daug metų atlieka įvairius didaktinius matavimus. Straipsnyje analizuojami du matematikos valstybinio brandos egzamino uždaviniai. Jie palyginami su analogiškais autorių uždaviniais, kurie buvo pateikti studentams kaip testo uždarojo tipo klausimai. Autorių gauti statistiniai duomenys leidžia suabejoti, ar visada pagrįstai buvo skiriami brandos egzamino taškai už teisingai išspręstus uždavinius.

Straipsnyje pateikta metodika leidžia tobulinti žinių tikrinimo testų klausimus, atmeti labai lengvus ir labai sunkius klausimus, remiantis objektyviais aposterioriniais

matavimais, o ne tik dalykine uždavinių analize, kurios aprioriniai sunkumo įverčiai, kaip rodo atliktas tyrimas, gali būti ir neteisingi.

Literatūra

- [1] *Matematikos valstybiniai brandos egzaminai*. 2002, 2011.
- [2] A. Krylovas ir N. Kosareva. Žinių tikrinimo matematinis modelis. *Liet. mat. rink. LMD darbai*, **48/49**:217–221, 2008.
- [3] A. Krylovas, O. Suboč ir N. Kosareva. Diskrečiosios matematikos žinių tikrinimo testų lygiagrečiųjų variantų lygiavertiškumo tyrimas. *Liet. mat. rink.*, **45**(spec. nr.):249–253, 2007.
- [4] *2011 m. valstybinio brandos egzamino rezultatų statistinė analizė*. Nacionalinis egzaminų centras, Vilnius. 2011.
- [5] A. Žandaris. Abiturientų kompiuterinio raštingumo analizė. *Informacijos mokslai*, 2009.

SUMMARY

Experience of test tasks severity analysis: some school mathematics problems severity

A. Krylovas, J. Kastickaitė

In this article, authors describe applied mathematical of students' knowledge testing methodology using closed tests with the parallel performance of question's options for many years. By presenting test tasks with severity experience of analysis, examining some of the challenges of school mathematics.

Keywords: knowledge of screening tests, question severity, mathematics teaching.