

# Naujos absoliutaus daugiakriterio vertinimo galimybės

Valentinas Podvezko, Askoldas Podvieszko

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, , Fundamentinių mokslų fakultetas*

Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius

E. paštas: valentinas.podvezko@vgtu.lt, askoldas.podvieszko@vgtu.lt

**Santrauka.** Didelę praktinių uždavinių dalį galima išspręsti, taikant daugiakriterius MCDM (angl. Multiple Criteria Decision Making) metodus. Uždavinių pavyzdžių galima pateikti labai daug: šalies regionų ir atskirų šalių socialinės bei ekonominės plėtros pasiekimų vertinimas ir palyginimas, geriausio technologinio projekto pasirinkimas, investicinių ir inovacinių projektų palyginimas, universitetų reitingavimas ir daug kitų panašių uždavinių. Uždavinio sprendimo tikslas – geriausios alternatyvos pasirinkimas iš keleto galimų arba alternatyvų rangavimas vertinimo tikslo atžvilgiu. Tačiau sprendžiant realius praktinius uždavinius gali pasitaikyti atvejų, kai reikia kiekybiškai įvertinti vieną objektą, kai nėra lyginamųjų analogų ar alternatyvų. Tai gali būti unikalus technologinis, inovacinis arba investicinis projektas, neturinti analogų įmonė. Šio darbo tikslas: pritaikyti daugiakriterių MCDM metodų principus, idėjas ir pasiūlyti atskirų „izoliuotų“ objektų kiekybinio vertinimo metodus.

**Raktiniai žodžiai:** daugiakriteriai MCDM metodai, santykinis vertinimas, absoliutus vertinimas, hipotetiniai objektai.

## 1 Įvadas

Daugiakriteriai MCDM metodai išsiskiria iš kitų optimizavimo metodų. Šiuose uždaviniuose iškeliamas sprendimo tikslas: geriausios alternatyvos atranka iš keleto pasiūlytų variantų arba alternatyvų rangavimas vertinimo tikslo atžvilgiu. Daugiakriterių metodų pagrindą sudaro sprendimų matrica, į kurią patalpinami kriterijų, charakterizuojančių vertinimo tikslą, statistiniai duomenys arba šių kriterijų ekspertų vertinimo reikšmės. Kriterijai gali būti maksimizuojami, jų geriausia reikšmė yra didžiausia (pavyzdžiui, pelnas) ir minimizuojami, jų geriausia reikšmė yra mažiausia (pavyzdžiui, nuostoliai). Kriterijų įtaka vertinimo rezultatams nevienoda, kiekvienam kriterijui nustatomi svoriai – kiekybinės reikšmingumo reikšmės. Daugiakriteriai (MCDM) metodai netaikomi, jei nustatoma geriausia (arba blogiausia) pagal Pareto alternatyva [3, 12, 8], kurios visų kriterijų reikšmės yra geriausios (arba, atitinkamai, blogiausios). Sukurta daug skirtingo sudėtingumo daugiakriterių metodų, kuriuose panaudota skirtinga logika [4, 7]. Tačiau visiems kiekybiniais MCDM metodams būdinga bendra idėja: kriterijų reikšmių ir jų svorių apjungimas į vieną vertinimo charakteristiką.

Daug praktinių uždavinių sprendžiama, taikant daugiakriterius MCDM metodus, pvz. šalies regionų ir atskirų šalių socialinės ir ekonominės plėtros vertinimas bei palyginimas, geriausio technologinio projekto pasirinkimas, investicinių bei inovacinių projektų palyginimas, universitetų reitingavimas ir daug kitų panašių uždavinių [1, 2, 4]. Tik dviejų metodų – PROMETHEE ir TOPSIS bibliografijos sudaro po keletą

šimtų publikacijų, metodai buvo pritaikyti daugelyje įvairių sričių – nuo logistikos iki sveikatos apsaugos [1, 2]. Kiekvienos alternatyvos kriterijų reikšmės yra žinomos, vertinimo metu jų keisti ar koreguoti negalima. Geriausia alternatyva nustatoma pagal visus kriterijus, atsižvelgiant į jų reikšmingumą. Viena iš būtinų daugiakriterių metodų taikomų sąlygų: turi egzistuoti keletas lyginamų variantų.

Tačiau sprendžiant realius praktinius uždavinius dažnai iškeliamas tikslas kiekybiškai įvertinti vieną variantą, kai jam nėra lyginamo analogo. Tai gali būti unikalus technologinis, inovacinis arba investicinis projektas, neturinti analogo įmonė. Šio darbo tikslas pritaikyti daugiakriterių metodų principus, idėjas, sukurti ir pagrįsti metodiką, pasiūlyti atskirų „izoliuotų“ objektų vertinimo metodus.

## 2 Taikomi daugiakriteriai metodai

Kiekvienas daugiakriteris (MCDM) metodas turi vertinimo kriterijų – tikslo funkcijos analogą. Geriausiai alternatyvai  $A_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), čia  $n$  – alternatyvų skaičius, atitinka didžiausią (mažiausią) metodo apibendrinto kriterijaus reikšmė. Visi vertinimo variantai ranguojami pagal šio kriterijaus reikšmes mažėjančia ar didėjančia tvarka. Kai vertinimo variantas yra vienintelis, toks būdas netinka. Daugiakriterių metodų savybės yra skirtingos, todėl mes taikysime tik tuos metodus, kurių savybės yra žinomos arba gali būti nustatytos. Tai yra *SAW* (Simple Additive Weighting), *TOPSIS* (Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution), *COPRAS* (Complex Proportional Assessment), *PROMETHEE* (Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluation).

Kiekybinių daugiakriterių (MCDM) metodų pagrindą sudaro sprendimų matrica  $R = \|r_{ij}\|$ , į kurią patalpinami kriterijų, charakterizuojančiųjų vertinimo tikslą, reikšmės pagal turimus statistinius duomenis arba ekspertų vertinimo reikšmės ir rodiklių svorių vektorius  $\Omega = \|\omega_i\|$ ,  $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ , čia  $m$  – rodiklių skaičius,  $n$  – lyginamų objektų (alternatyvų) skaičius.

Kriterijų reikšmių matavimo vienetai paprastai būna skirtingi ir jų apjungimas į vertinimo kriterijų įmanomas po duomenų normalizavimo.

Trumpai aprašysime taikomus šiame straipsnyje metodus.

*SAW* ir *COPRAS* metoduose [7, 9] naudojama „klasikinė“ normalizacija:

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{j=1}^n r_{ij}}, \quad (1)$$

( $\sum_{j=1}^n \tilde{r}_{ij} = 1$ ), čia  $r_{ij}$  –  $i$ -jo kriterijaus reikšmė  $j$ -ai alternatyvai.

*SAW* metodo kriterijus  $S_j$  skaičiuojamas pagal formulę:

$$S_j = \sum_{i=1}^m \omega_i \tilde{r}_{ij}. \quad (2)$$

Nesunku įrodyti [9], kad visų  $n$  alternatyvų kriterijaus  $S_j$  reikšmių suma lygi vienetai:  $\sum_{j=1}^n S_j = 1$  ir  $0 \leq S_j \leq 1$ .

*COPRAS* metodo kriterijaus  $Z_j$  reikšmės nustatomos pagal formulę:

$$Z_j = S_{+j} + \frac{\sum_{j=1}^n S_{-j}}{S_{-j} \sum_{j=1}^n (S_{-j})^{-1}}, \quad (3)$$

čia  $S_{+j} = \sum_{i=1}^m \omega_{+i} \tilde{r}_{+ij}$  yra maksimizuojamų pasvertų normalizuotų pagal (1) formulę reikšmių  $\tilde{r}_{+ij}$  suma kiekvienai  $j$ -ai alternatyvai;  $S_{-j} = \sum_{i=1}^m \omega_{-i} \tilde{r}_{-ij}$  – minimizuojamų kriterijų pasvertų normalizuotų reikšmių  $\tilde{r}_{-ij}$  suma;  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Įrodyta [9], kad visų  $n$  alternatyvų maksimizuojamų kriterijų vertinimo komponentų  $Z_{+j}$  suma yra lygi maksimizuojamų kriterijų svorių sumai  $\sum_{i=1}^m \omega_{+i}$  ir  $\sum_{j=1}^n Z_j = 1$ .

*TOPSIS* metodas naudoja vektorinę duomenų normalizaciją:

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n r_{ij}^2}} \quad (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n). \quad (4)$$

*TOPSIS* metode nustatoma geriausia alternatyva  $V^*$  ir blogiausia alternatyva  $V^-$ :

$$V^* = \{V_1^*, V_2^*, \dots, V_m^*\} = \left\{ \left( \max_j \omega_i \tilde{r}_{ij} / i \in I_1 \right), \left( \min_j \omega_i \tilde{r}_{ij} / i \in I_2 \right) \right\},$$

$$V^- = \{V_1^-, V_2^-, \dots, V_m^-\} = \left\{ \left( \min_j \omega_i \tilde{r}_{ij} / i \in I_1 \right), \left( \max_j \omega_i \tilde{r}_{ij} / i \in I_2 \right) \right\},$$

čia  $I_1$  ( $I_2$ ) – maksimizuojamų (minimizuojamų) kriterijų indeksų aibė,  $\omega_i$  –  $i$ -jo kriterijaus svoris.

Skaičiuojamas kiekvienos lyginamos alternatyvos bendras atstumas  $D_j^*$  iki geriausios alternatyvos  $V^*$  ir atstumas  $D_j^-$  iki blogiausios alternatyvos  $V^-$ :

$$D_j^* = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\omega_i \tilde{r}_{ij} - V_i^*)^2}, \quad (5)$$

$$D_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\omega_i \tilde{r}_{ij} - V_i^-)^2}. \quad (6)$$

*TOPSIS* metodo apibendrintas kriterijus  $C_j^*$  skaičiuojamas pagal formulę:

$$C_j^* = \frac{D_j^-}{D_j^* + D_j^-} \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (7)$$

*PROMETHEE* grupės metodų taikymas Lietuvoje tik prasideda [10, 11]. Vietoje kriterijų normalizuotų reikšmių  $\tilde{r}_{ij}$  formulėje (2) taikomos prioritetų funkcijų  $p(d)$  reikšmės. *PROMETHEE* metodo dviejų alternatyvų  $A_j$  ir  $A_k$  palyginimo kriterijus  $\pi(A_j, A_k)$  (angl. – *Outranking index*) skaičiuojamas pagal formulę:

$$\pi(A_j, A_k) = \sum_{i=1}^m \omega_i p_t(d_i(A_j, A_k)), \quad (8)$$

$p_t(d) = p_t(d_i(A_j, A_k))$  –  $t$ -oji prioritetų funkcija, pasirinkta  $i$ -jam kriterijui,  $d_i(A_j, A_k) = r_{ij} - r_{ik}$  yra alternatyvų kriterijų reikšmių  $r_{ij}$  ir  $r_{ik}$  skirtumas.

*PROMETHEE* metode sumuojami kiekvienos alternatyvos visų teigiamų ir neigiamų prioritetiškumą vertinimai:  $F_j^+$  ir  $F_j^-$  [10, 11].

Lyginamos alternatyvos išdėstomos svarbumo eilės tvarka pagal skirtumų  $F_j = F_j^+ - F_j^-$  dydžius, taip kad geriausiai alternatyvai atitiktų didžiausia reikšmė  $F_j$ .

### 3 Atskirų izoliuotų objektų absoliutaus daugiakriterio vertinimo algoritmai

Skirtingiems atvejams siūlomi keli nauji atskirų izoliuotų objektų vertinimo metodai. Kai duomenų matricos  $\mathbf{R}$  elementai  $r_{ij}$  yra įvairadimensiniai, ekspertai nustato kriterijų didžiausia (mažiausia) reikšmes. Toliau taikoma normalizacija (1). Kai paminėtos matricos elementai matuojami toje pačioje skalėje (pvz. procentais), normalizavimas neatliekamas. Kai yra galimybė nustatyti hipotetinio geriausio ar blogiausio objekto kriterijų reikšmes, taikomas absoliutaus vertinimo metodas.

#### 3.1 Įvairiadimensių kriterijų reikšmių atvejis

Kai kriterijų reikšmės yra įvairiadimensės atskiros alternatyvos patrauklumui įvertinti galima panaudoti *SAW* (arba *COPRAS*) metodų apibendrintą kriterijų.

Ekspertai nustato didžiausią (mažiausią) kiekvieno kriterijaus reikšmę. Maksimizuojantiems kriterijams reikšmė  $\tilde{r}_i$  skaičiuojama pagal formulę:

$$\tilde{r}_i = \frac{r_i}{\max r_i}, \quad (9)$$

minimizuojantiems kriterijams reikšmė  $\tilde{r}_i$  atitinkamai skaičiuojama pagal formulę:

$$\tilde{r}_i = \frac{\min r_i}{r_i} \quad (10)$$

čia  $\max r_i$  ( $\min r_i$ ) yra  $i$ -jo kriterijaus ekspertų nustatyta didžiausia (mažiausia) reikšmė.

Didžiausia  $S$  kriterijaus teorinė reikšmė lygi vienetui:  $\max S = 1$ . Suskaičiuota reikšmė  $S$  atspindi objekto patrauklumo laipsnį.  $S$  reikšmę patogiausia teikti procentinėje skalėje. Šioje skalėje atspindimas objekto palyginimas su galima didžiausia įmanoma reikšme, kuri yra 100%.

#### 3.2 Vienodos matavimo skalės taikymo atvejis

Izoliuoto objekto patrauklumą galima taip pat įvertinti, kai visų taikomų kriterijų matavimo skalė yra vienoda. Kriterijų reikšmės gali būti išreiškiamos procentais, balais dešimtbalėje, penkiabalėje ar kitokioje sistemoje. Visi kriterijai turi būti maksimizuojamieji.

*SAW* metodo  $S$  kriterijaus reikšmė skaičiuojama pagal formulę:

$$S = \sum_{i=1}^m \omega_i r_i, \quad (11)$$

čia  $r_i$  yra vertinimo varianto (objekto)  $i$ -jo kriterijaus reikšmė,  $\omega_i$  yra  $i$ -jo kriterijaus svoris. Didžiausia  $S$  kriterijaus reikšmė priklauso nuo pasirinktos vertinimo skalės. Pavyzdžiui, jei matavimo vienetais yra išreiškiamas procentais, tai didžiausia  $S$  reikšmė lygi 100%.

#### 3.3 Objekto palyginimas su geriausiu ir blogiausiu hipotetiniu objektu

Hipotetinių geriausios ir blogiausios alternatyvų įtraukimas į lyginamųjų alternatyvų tarpą kartu su vertinama izoliuota alternatyva leidžia pritaikyti vertinimui bet

**1 lentelė.** Kiekvieno izoliuoto komercinio banko 2010 m. palyginimo su hipotetiniais blogiausiu ir geriausiu bankais TOPSIS metodo pagrindu rezultatai.

Vertinimai	Komerčiniai bankai							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Absoliutus	0,475	0,600	0,422	0,548	0,519	0,652	0,603	0,440
	6	3	8	4	5	1	2	7
Santykinis	0,482	0,594	0,453	0,563	0,538	0,646	0,665	0,5020
	7	3	8	4	5	2	1	6

kokį kiekybinį daugiakriterį metodą ir, taikant šių metodų savybes, absoliučiai įvertinti atskiro objekto būklę. Šių hipotetinių alternatyvų kriterijų reikšmės gali nustatyti ekspertai arba jas galima gauti analizuojant statistinius duomenis. *SAW* ir *COPRAS* metodai buvo panaudoti taikant šią idėją [5]. Suskaičiavus hipotetinių blogiausios, geriausios ir realios alternatyvos paminėtų metodų kriterijaus  $S_{j(\min)}$ ,  $S_{j(\max)}$  ir  $S_j$  reikšmes vertinamam izoliuotam objektui analizuojami atstumai iki blogiausios hipotetinės alternatyvos kriterijaus reikšmės  $S^- = S_j - S_{j(\min)}$  ir iki geriausios hipotetinės alternatyvos apibendrinto kriterijaus reikšmės  $S^+ = S_{j(\max)} - S_j$ . Teigiamas skirtumas  $S^- - S^+$  parodo, kad objekto įvertinimas yra arčiau geriausios nei blogiausios alternatyvos įvertinimo, t. y. jo padėtis yra geresnė už vidutinę. Santykis  $S_j/S_{j(\max)}$  parodo objekto absoliutų vertinimą, palyginti su didžiausią reikšme, lygią vienetui.

Šiame darbe parodysime, kad absoliučiam vertinimui geriausiai tinka *TOPSIS* metodas.

Šio metodo vertinimo kriterijaus (7) reikšmė kinta nuo 0 iki 1: ( $0 \leq C_j^* \leq 1$ ). Nesunku įrodyti, kad nepriklausomai nuo kriterijų svorių reikšmių objekto, kurio kiekvieno kriterijaus reikšmė yra visų alternatyvų jo reikšmių vidurkiai,  $C_j^*$  reikšmė lygi 0,5. Ši *TOPSIS* metodo savybė leidžia iš karto absoliučiai įvertinti objekto padėtį lyginant vertinimą su vidutine kriterijaus reikšme 0,5. Kiti daugiakriteriniai metodai, pavyzdžiui, *SAW* ir *COPRAS* tokios savybės neturi.

Pritaikysime *TOPSIS* metodą atskirų Lietuvos komercinių bankų absoliučiam vertinimui ir vertinimą atliksime taikant pasiūlytą absoliutaus vertinimo metodą *TOPSIS* metodo pagrindu ir klasikinį metodą. Duomenys, bankų pavadinimai, taikomų kriterijų reikšmės ir jų svoriai pateikti [6]. Skaičiavimo rezultatai su santykiniais visų bankų kompleksiniais vertinimais pateikti 1 lentelėje.

Kaip rodo absoliutaus ir santykinio vertinimų skaičiavimo rezultatų palyginimas *TOPSIS* metodo kriterijų reikšmės ir atitinkami bankų užimtos vietos mažai skiriasi, nors santykinis vertinimas buvo gautas, lyginant visus aštuonis bankus kartu, o absoliutus vertinimas gautas, lyginant atskirai kiekvieną banką su hipotetiniais blogiausiu ir geriausiu bankais.

*PROMETHEE* metodo kriterijus  $F_j = F_j^+ - F_j^-$  nustato, kad vertinimo objektas yra geresnis už vidurkį, kai skirtumas  $F_j$  teigiamas, ir blogesnis už vidurkį, jei šis skirtumas neigiamas.

## 4 Išvados

Pasiūlytas straipsnyje absoliutus objektų vertinimas leidžia pritaikyti daugiakriterius (MCDM) metodus vertinant unikalus neturinčius analogo objektus, kada lyginami ob-

jektai (alternatyvos) neegzistuoja. Praktiniai skaičiavimai parodė, kad absoliutaus ir santykinio TOPSIS metodo vertinimo rezultatai mažai skiriasi, nors santykinis vertinimas buvo gautas, lyginant visus objektus kartu, o absoliutaus vertinimo rezultatus gavome, lyginant atskirai kiekvieną objektą su hipotetiniais blogiausiu ir geriausiu objektais.

## Literatūra

- [1] M. Behzadian, R.B. Kazemzadeh, A.Albadvi and M. Aghdasi. PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *Eur. J. Oper. Res.*, **200**(1):98–215, 2010.
- [2] M. Behzadian, S.K. Otaghsara, M. Yazdani and J. Ignatius. A state-of the-art survey TOPSIS applicationas. *Expert Syst. Appl.*, **39**(2012):13051–13069, 2012.
- [3] G. Dzemyda, V. Šaltenis ir V. Tiesis. *Optimizavimo metodai*. MII, Vilnius, 2007.
- [4] J. Figueira, S. Greco and M. Ehrgott. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer, 2005.
- [5] R. Ginevičius, V. Podvezko and A. Podvezko. Evaluation of isolated socio-economical processes by a multi-criteria decision aid method esp. In R. Ginevičius, A.V. Rutkauskas and J. Stankevičienė(Eds.), *The 7th International Scientific Conference Business and Management'2012*, Selected papers, pp. 1083–1088. Technika, Vilnius, 2012.
- [6] R. Ginevičius and A. Podvezko. Sprendimų paramos metodų taikymo ypatumai komercinių bankų finansinio stabilumo vertinime. *Verslas: teorija ir praktika*, **4**:314–323, 2012.
- [7] C.L. Hwang and K. Yoon. *Multiple Attribute Decision Making-Methods and Applications, A State of the Art Survey*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1981.
- [8] A.V. Lotov and I.I. Pospelova. *Mnogokriterialnyje zadaci prinjatija reseniji*. 2005. 197 p.
- [9] V. Podvezko. The comparative analysis of MCDA methods SAW and COPRAS. *Inžinerinė Ekonomika – Eng. Econ.*, **2**:134–146, 2011.
- [10] V. Podvezko. Dominuojančiųjų alternatyvų daugiakriteriniai metodai. *Liet. mat. rink. LMD darbai*, **53**:96–101, 2012.
- [11] V. Podvezko ir A. Podvezko. Prioritetų funkcijų įtaka daugiakriterimiams vertinimams. *Liet. mat. rink. LMD darbai*, **50**:208–211, 2009.
- [12] A. Žilinskas. *Matematinis programavimas*, 2 leidimas. VDU leidykla, Kaunas, 2005.

## SUMMARY

### New opportunities of multiple criteria methods

Valentinas Podvezko, Askoldas Podvezko

A substantial amount of practical problems are solved by using multiple criteria optimisation methods, e.g. evaluation and comparison of social and economic development of counties of a country, choice of the optimal technology project, comparison of investment or innovation projects, ratings of universities, choice of the best strategy, and many similar tasks. The solution of the problem is to determine the best alternative from several available ones, or ranking of alternatives in accordance with the chosen pursued objective. Nevertheless, often a set of alternatives to choose from is not available, and a single object must be evaluated. This could be a unique technology, innovation, or investment project, enterprise. The aim of this paper is to apply principles, ideas, and philosophy of multiple criteria methods, and to propose evaluation methods for evaluation of a single object.

*Keywords:* MCDM, relative evaluation, absolute evaluation, hypothetical reference objects.