

# Matematikos valstybinio brandos egzamino tematikos raidos analizė

Vidmantas Povilas Pekarskas

*Kauno technologijos universitetas, Fundamentalųjų mokslų fakultetas*  
Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas  
E. paštas: vidmantas.pekarskas@ktu.lt

**Santrauka.** Straipsnyje apžvelgiama kaip nuo 1999 metų iki 2012 metų keitėsi matematikos valstybinio brandos egzamino struktūra ir tematika. Išskirtos temos, kurios dažniausiai įtraukiamos į egzaminų užduotis bei temos, kurios nėra populiarios tarp egzamino užduočių rengėjų. Konstatuota, jog iš užduočių išnyko sunkesni netradiciniai uždaviniai.

**Raktiniai žodžiai:** matematikos valstybinis brandos egzaminas, egzamino matrica.

Nusprendus keisti valstybinių brandos egzaminų tvarką, 1998 m. A. Zabulionio iniciatyva buvo suburta matematikos dėstytojų ir mokytojų darbo grupė, kurią sudarė P. Gudynas (grupės vadovas), S. Zybartas, M. Stričkienė, B. Narkevičienė, V. Sičiūnienė bei šio straipsnio autorius. Grupei buvo duota užduotis – parengti Valstybinio matematikos brandos egzamino užduočių sudarymo principus bei bandomojo 1998 m. egzamino užduotis. Grupės darbą kuravo Škotijos egzaminų centro, turinčio didelę patirtį organizuojant valstybinius matematikos brandos egzaminus, specialistai. Grupės nariai, dalyvaudami įvairiuose matematikos mokytojų renginiuose, gana plačiai supažindino matematikų bendruomenę su naujais valstybinio matematikos brandos egzamino principais.

Grupės nariams reikėjo sutarti, į kokias temas suskirstyti visą matematikos kursą, o taip pat reikėjo apibrėžti, kokie mokinių gebėjimai bus tikrinami egzamino metu.

Grupė sudarė matematikos brandos egzamino užduočių matricą, kurioje nurodyta, kokią dalį procentais turi sudaryti užduotys iš tam tikrų temų ir kokia procentinė dalis turi tekti tam tikriems gebėjimų tipams. Tokia pirminė matrica pavaizduota 1 lentelėje.

1 lentelė.

Tematikos sritys	Matematinės žinios ir procedūros	Matematikos taikymai ir matematinis mąstymas	Valstybinis egzaminas, %
Skaičiai, skaičiavimai, algebra			35
Geometrija			20
Funkcijos ir analizės pradmenys			35
Kombinatorika, tikimybės ir statistika			10
%	60	40	100

2 lentelė.

Tematikos sritys	Matematinės žinios ir procedūros	Matematikos taikymai ir matematinis mąstymas	Valstybinis egzaminas, %	Iš jų bendrojo kurso %
Skaičiai, skaičiavimai, algebra			25	13
Geometrija			30	10
Funkcijos ir analizės pradmenys			30	10
Kombinatorika, tikimybės ir statistika			15	7
%	50	50	100	40

Egzamino užduočių matricos struktūra išliko iki šių dienų nepasikeitusi, keitėsi tik tematikos sritims ir gebėjimams priskirti procentai. Sumažinus „skaičių, skaičiavimų, algebras“ ir „funkcijų ir analizės pradmenų“ svorį 15%, šie procentai buvo perkelti „geometrijos“, „kombinatorikos, tikimybių ir statistikos“ sritims (2 lentelė).

Galima manyti, kad kurso suskirstymas į temas buvo parinktas tinkamai ir nesulaukė neigiamos matematikų bendruomenės reakcijos.

Atsisakius 2010 m. mokyklinio brandos egzamino, 2010, 2011, 2012 metų užduotyse buvo išskirti bendrojo kurso uždaviniai, pažymėti B. Dėl to egzamino užduočių matricoje atsirado dar vienas stulpelis.

Egzamino užduoties struktūra išliko nepakitusi nuo 1999 metų. Dar grupės patsitarimuose buvo nuspręsta, kad dalį užduoties sudaro testiniai uždaviniai, dalį – struktūruoti, dalį – įprasti savo formuluote uždaviniai. Pravedus bandomąjį egzaminą buvo įsitikinta, kad tokia užduoties sandara yra tinkama. Tikrinat bandomąjį egzaminą laikusių mokinių darbus paaiškėjo, kad testiniai uždaviniai gana gerai išskiria silpniau pasiruošusius moksleivius. Struktūruoti uždaviniai suteikia moksleiviui daugiau galimybių parodyti, ką jis moka. Struktūruoti uždaviniai, kurių yra užduotyse, yra dviejų tipų. Vieni jų sudaryti taip, kad neišsprendus kurios nors uždavinio dalies, galima išspęsti kitą dalį. Kiti gi sudaryti taip, kad neišsprendus pirmesnės dalies, negalima išspręsti ir paskesnės. Tačiau tokiu atveju uždavinio išskirstymas į kelias dalis, nurodo to uždavinio sprendimo etapus.

Kaip keitėsi (o gal ir nesikeitė?) užduočių tematika, pateikta 3 lentelėje.

Šioje lentelėje egzamino matricos tematikos sritys detalizuotos, išskiriant labiausiai įprastas matematikos kurso temas. Taip pat šioje lentelėje nurodyta, kokią užduoties dalį procentais sudaro išskirtos tematikos uždaviniai.

Sudarant lentelę, naudotasi knyga [1] bei Nacionalinio egzaminų centro tinklapyje [2, 3] paskelbta medžiaga.

Peržvelgus lentelę aiškiai matosi nepopuliarios temos. Lyderiai yra dvi temos – tai skaičių teorijos elementai ir statistika. Į egzamino užduotis retokai įtraukiami uždaviniai, susieti su trigonometrinių funkcijų suvokimu (jų yra penkiose užduotyse iš 14), geometrine progresija (jų yra šešiose užduotyse iš 14), trigonometrinių reiškinų pertvarkiais (jų yra 8 užduotyse iš 14). Užtat kiekvienų metų užduotyse yra uždavinių, susietų su algebrinėmis lygtimis (algebrinių lygčių sprendimo arba lygčių sudarymo uždaviniai), su trigonometrinėmis lygtimis ir nelygybėmis, išvestinių bei integralų taikymais (išimtis yra tik vienintelė 2003 m. užduotis; šioje vietoje vertė-

3 lentelė.

Tematika	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Skaičių teorijos elementai				1,7			4
Skaičiavimai	14	5,9	9,1	11,7	2		2
Procentai		3,9	5,5	1,7	10,4	5,8	
Algebriniai reiškiniai	2	2	1,8		4,2	3,8	
Algebrinės lygtys (lygčių sudarymas)	8	3,9	5,5	6,7	16,7	9,6	8
Algebrinės nelygybės		3,9		6,7	4,2	3,8	4
Aritmetinė progresija	2	2			4,2	3,8	8
Geometrinė progresija	8		7,3			3,8	
Planimetrija	12	17,6	10,9	15	10,4	9,6	4
Stereometrija	12	13,7	5,5	10	6,3	7,7	12
Vektoriai	8	5,9	5,5	1,7		1,9	10
Funkcija		2	1,8	1,7	2	3,8	4
Laipsninės funkcijos		2	7,3	1,7	10,4		
Rodiklinės ir logaritminės funkcijos	2		1,8		2	3,8	4
Rodiklinės ir logaritminės lygtys ir nelygybės	4	3,9		6,7	6,3	5,8	6
Trigonometrinės funkcijos	2			1,7			
Trigonometrinės formulės ir pertvarkiai		2			2	1,9	2
Trigonometrinės lygtys ir nelygybės	6	5,9	5,5	5	10,4	7,7	6
Modulis			1,8	1,7	2		2
Išvestinės			5,5	1,7		1,9	4
Išvestinių taikymai	10	11,8	9,1	5		7,7	4
Integralai ir jų taikymai		2	7,3	6,7		9,6	6
Kombinatorika			3,6	1,7	2	5,8	2
Tikimybės	10	11,8	5,5	11,7	6,3	1,9	8
Statistika							
Iš viso (taškų)	50	51	55	60	49	52	50

tų nusistebėti, kad temoms, kurioms mokyklos kurse skiriama daug laiko, neatsirado vietos užduotyje). Kiekvienų metų užduotyse yra planimetrijos bei stereometrijos, kombinatorikos bei tikimybių teorijos uždavinių. Dažni užduotyse yra procentų uždaviniai, uždaviniai, susieti su rodiklinėmis ir logaritminėmis funkcijomis, šio tipo lygtimis bei nelygybėmis. Nors temos pavadinime yra žodis „nelygybės“, tačiau rodiklinės bei logaritminės nelygybės į užduotis įtraukiamos retai. Tai padaryta tik 2 kartus 1999 m. ir 2012 m. užduotyse. Ir tos nelygybės yra ypač paprastos:  $\log_{0,5} x < 2$  (1999 m.) ir  $\log_{0,3} x > \log_{0,3} 2$  (2012 m.). Nors mokyklinėje programoje yra ir trigonometrinės nelygybės, tačiau jų nėra nė vienu metu užduotyje. Tik vienoje 2006 m. užduotyje susiduriame su dešimtaine periodine trupmena, norėdami išspręsti lygtį  $\frac{1}{8}(3^{x+1} - 3^{x-1}) = 0$ , (3).

Uždaviniai, susieti su rodiklinių, logaritminių, trigonometrinių lygčių sprendimu, kurie įtraukiami į egzaminų užduotis, pastaruoju metu ypač supaprastėjo. Supaprastėjo ir kombinatorikos bei tikimybių teorijos uždaviniai. To negalima pasakyti apie uždavinius, susietus su išvestinių ir integralų taikymais.

Uždaviniai, kuriuose reikia rasti funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmę yra ypač dažni ir paprastai jie būna dviejų tipų – struktūruoti arba įprastos formuluotės. Pirmajam tipui atstovauja, pavyzdžiui, 2005 m. užduoties uždavinys.

*Uždaros stačiakampio gretasienio formos dėžės pagrindas – kvadratas, dėžės tūris 320 dm<sup>3</sup>. Medžiagos, iš kurios padarytas dėžės dangtis ir dugnas, 1 dm<sup>2</sup> yra 5 kartus brangesnis už sienoms sunaudotos medžiagos 1 dm<sup>2</sup>.*

4 lentelė.

Tematika	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Skaičių teorijos elementai							
Skaičiavimai		1,9			12,3	6,3	3,3
Procentai	5,8	7,4	7	5,2	3,1	6,3	3,3
Algebriniai reiškiniai			1,8		4,6	1,6	6,6
Algebrinės lygtys (lygčių sudarymas)	11,5	7,4	15,8	8,6	9,2	6,3	3,3
Algebrinės nelygybės	5,8	3,7	7	8,6		1,6	5
Aritmetinė progresija		7,4	1,8	6,9	7,7	3,1	3,3
Geometrinė progresija	7,7	1,9			1,5		
Planimetrija	15,4	13	10,5	8,6	10,8	10,9	16,7
Stereometrija	7,7	3,7	7	8,6	4,6	4,7	6,6
Vektoriai		3,7	5,3	1,7	7,7		3,3
Funkcija		9,2		1,7	4,6	1,6	
Laipsninės funkcijos	5,8			1,7	3,1	15,6	6,6
Rodiklinės ir logaritminės funkcijos	5,8		1,8	1,7		6,3	
Rodiklinės ir logaritminės lygtys ir nelygybės	5,8	5,6	5,3	6,9		3,1	5
Trigonometrinės funkcijos					1,5	4,7	1,7
Trigonometrinės formulės ir pertvarkiai			5,3	3,4	1,5	1,6	
Trigonometrinės lygtys ir nelygybės	1,9	5,6	5,3	5,2	6,2	4,7	5
Modulis	1,9	1,9		1,7		1,6	
Išvestinės		5,6	3,5		4,6		5
Išvestinių	5,8	7,4	5,3	10,3	3,1	4,7	5
Integralai ir jų taikymai	7,7	5,6	5,3	6,9	3,1	6,3	5
Kombinatorika	5,8	1,9	1,8	3,4	1,5		3,3
Tikimybės	5,8	7,4	10,5	8,6	6,2	6,3	11,7
Statistika					3,1	3,1	
Iš viso (taškų)	52	54	57	58	65	64	60

1. Parodykite, kad tokiai dėžei pagaminti reikalingos medžiagos kaina  $g(x)$  nuskaitoma formule:  $g(x) = k(10x^2 + \frac{1280}{x})$ ; čia  $k$  – sienos medžiagos  $1 \text{ dm}^2$  kaina litais,  $x$  – pagrindo kraštinės ilgis decimetrais. (3 taškai)
2. Kokie turi būti šios dėžės matmenys, kad išlaidos medžiagoms būtų mažiausios? (2 taškai)

Antrojo tipo uždavinius gali reprezentuoti 2004 m. užduoties šis uždavinys.

*Pirklys Vakarų uoste už 1500 auksinių monetų pasamdė laivą, kuris turi nuplukdyti jo prekes į vietovę, nutolusią nuo Vakarų uosto 1000 km atstumu. Su laivo savininku jis sutarė, kad šis už kiekvieną kelyje išbūtą valandą grąžins pirkliui po 9 auksines monetas. Tariaama, kad visą kelią laivas plauks pastoviu greičiu. Kai šis greitis lygus  $v$  km/h, tai kelio gale laivo savininkas privalo komandai išmokėti premiją, lygią 10  $v$  auksinių monetų. Kokiu greičiu turi plaukti laivas, kad laivo savininko pelnas būtų maksimalus? Kam lygus šis pelnas?*

Uždavinių, susietų su integralo taikymu formuluotės pastaruoju metu yra labai panašios (2002 m. Nr. 17, 2005 m. Nr. 17, 2006 m. Nr. 17, 2007 m. Nr. 19). Kaip

pavyzdį pateiksime 2008 m. ir 2012 m. užduočių uždavinius (be paveikslų, kurie buvo pateikti užduotyje).

2008 m. užduoties uždavinys.

*Paveiksle pavaizduota funkcijų  $y = x^2$  ir  $y = 2 - x$  grafikai.*

1. *Raskite taškų  $A$  ir  $B$  koordinates. (2 taškai)*
2. *Apskaičiuokite figūros, kurią riboja tų funkcijų grafikai ir teigiama ašies  $Ox$  dalis, plotą. (3 taškai)*

2012 m. užduoties uždavinys.

*Apskaičiuokite plotą užbrūkšniuotos figūros, kurią riboja funkcijų  $y = \sqrt{x} + 1$ ,  $y = 4x - 2$  grafikai bei koordinačių ašys  $Ox$  ir  $Oy$ . (3 taškai)*

Baigiant šią trumpą apžvalgą, reikia konstatuoti, kad iš užduočių pastaruoju metu išnyko sunkesni netradiciniai uždaviniai, panašūs į 1999 m. Nr. 17, 2001 m. Nr. 21, 2002 m. Nr. 16, 2005 m. Nr. 18, 2009 m. Nr. 17.

## Literatūra

- [1] *Į pagalbą abiturientui. Matematika, 1999–2003 brandos egzaminų medžiaga.* TEV, Vilnius, 2004.
- [2] Nacionalinio egzaminų centro tinklalapis. Adresas internete: <http://www.nec.lt/37/>.
- [3] Nacionalinio egzaminų centro tinklalapis. Adresas internete: <http://www.egzaminai.lt/165/>.

## SUMMARY

### The analysis of evolution of the State graduation exam in mathematics

*V.P. Pekarskas*

An overview on changes in the structure and topics of the State graduation exam in mathematics in the period from 1999 until 2012 is given in this paper. Topics frequently introduced in the contents of the exam and topics unpopular amongst the organizers of the exam are singled out. It is determined that more complex nonstandard problems have disappeared from the contents of the exam.

*Keywords:* the State graduation exam in mathematics, the matrix of the exam.