

Dominuojančiųjų alternatyvų daugiakriteriniai metodai

Valentinas Podvezko

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
E. paštas: valentinas.podvezko@vgtu.lt

Santrauka. Pasaulyje plačiai taikomi sprendimo priėmimo paramos daugiakriteriniai metodai, iš kurių principingai išsiskiri dviejų metodų – PROMETHEE ir ELECTRE – šeimos. Šie metodai Lietuvoje iki šiol yra mažai žinomi ir retai taikomi. Metodai sudaro dominuojančiųjų alternatyvų arba rangų prioritetų (angliškai *outranking*) metodų šeimą. Nors šie metodai skiriasi tarp savęs, pagrindinės metodų idėjos panašios: metodų kriterijai apjungė rodiklių reikšmes ir jų svorius ne tiesiogiai, o taikant specialias prioritetų, sutarimo ir nesutarimo funkcijas. Darbe lyginami PROMETHEE II ir ELECTRE III metodai, nagrinėjami jų ypatumai ir skirtumai, šie metodai taikomi alternatyvų palyginimui.

Raktiniai žodžiai: daugiakriteriniai metodai, PROMETHEE II ir ELECTRE III metodai, alternatyvų rangavimas.

Įvadas

Pastaruoju metu pasaulyje sprendimo priėmimo paramos sistemose vis plačiau taikomi daugiakriteriniai metodai [4, 6]. Metodų taikymo tikslas yra geriausios alternatyvos iš keleto pasiūlytų pasirinkimas arba alternatyvų rangavimas nagrinėjamo tikslo atžvilgiu. Kiekybinių daugiakriterinių metodų pagrindą sudaro kriterijų (rodiklių), charakterizuojančiųjų nagrinėjamą procesą sprendimo priėmimo matrica $R = \|r_{ij}\|$ ir rodiklių reikšmingumų (svorių) vektorius $\Omega = \|\omega_i\|$ ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$), čia m – rodiklių skaičius, n – lyginamų objektų (alternatyvų) skaičius ($\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$). Rodikliai būna maksimizuojamojo arba minimizuojamojo tipų, t. y. jų geriausia reikšmė nagrinėjamo tikslo atžvilgiu gali būti didžiausia arba mažiausia. Atskirų rodiklių (kriterijų) įtaka nagrinėjamam tikslui skirtinga, taip pat skiriasi ir kriterijų matavimo vienetai. Kiekybiniai daugiakriteriniai metodai apjungė kriterijų normalizuotas reikšmes \tilde{r}_{ij} ($0 \leq \tilde{r}_{ij} \leq 1$) ir jų svorius ω_i į metodo vertinimo kriterijų. Kaip pavyzdį galima paminėti SAW (Simple Additive Weighting) metodą, kurio vertinimo kriterijus skaičiuojamas pagal formulę [6]:

$$S_j = \sum_{i=1}^m \omega_i \tilde{r}_{ij}. \quad (1)$$

Visi kiekybiniai daugiakriteriniai metodai, tarp jų PROMETHEE ir ELECTRE, tiesiogiai arba netiesiogiai taiko SAW metodo (1) idėją, tik dominuojančiųjų alternatyvų metodai vietoj kriterijų normalizuotų reikšmių \tilde{r}_{ij} taiko specialiai parinktų funkcijų (prioritetų, sutarimo ir nesutarimo) reikšmes. Taip pat taikomas AHP (Analytic

Hierarchy Process) Hierarchijos analizės metodas [10], kai visos alternatyvų poros palyginamos tarpusavyje kiekvieno kriterijaus atžvilgiu. Šio darbo tikslas yra dviejų tobesnių dominuojančiųjų alternatyvų PROMETHEE II ir ELECTRE III metodų palyginimas, jų ypatumų analizė.

1 PROMETHEE II metodas

PROMETHEE (Preference Ranking Organisation Method for Enrichment Evaluation) metodai pasaulyje žinomi ir plačiai taikomi [1, 3]. Tačiau Lietuvoje šių metodų taikymas tik prasideda [7, 8, 9]. Vietoje kriterijų normalizuotų reikšmių \tilde{r}_{ij} formulėje (1) taikomos prioritetų funkcijos $p(d)$ reikšmės, kur funkcijos argumentas d yra rodiklio (kriterijaus) reikšmių skirtumas.

Prioritetų funkcijos reikšmės rodo vienos alternatyvos svarbumo (prioritetiškumo) laipsnį kitos alternatyvos atžvilgiu ir priklauso nuo funkcijos parametrų q ir s . Kiekvieno i -jo rodiklio (kriterijaus) R_i ribinius (didžiausius s_i ir mažiausius q_i) skirtumus nustato sprendimą priimantis asmuo (SPA). Prioriteto lygį vienos alternatyvos prieš kitą atspindi i -jo rodiklio A_j ir A_k alternatyvų reikšmių r_{ij} ir r_{ik} skirtumas $d_i(A_j, A_k) = r_{ij} - r_{ik}$. Parametrų q_i ir s_i esmė yra tokia. Alternatyvos A_j ir A_k laikomi identiškoms (*indifferent*) R_i rodiklio atžvilgiu, jei skirtumas $d_i(A_j, A_k)$ yra mažesnis už nustatytą mažiausią ribinę reikšmę q_i ir alternatyva A_j turi prioritetą (*preference*) prieš A_k alternatyvą (R_i rodiklio atžvilgiu), jei šis skirtumas yra didesnis už nustatytą didžiausią ribinę reikšmę s_i . Kai skirtumas kinta nuo q_i iki s_i , alternatyvos A_j prioritetiškumas prieš A_k kinta nuo nulio iki vieneto.

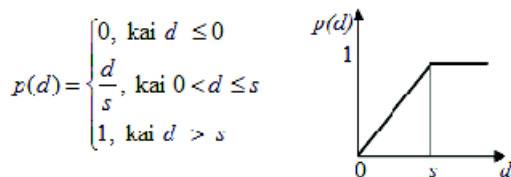
Prioritetų funkcijos turi tenkinti savybės:

- jų reikšmės kinta nuo nulio iki vieneto: $0 \leq p(d) \leq 1$;
- prioritetų funkcijos atlieka maksimizuojamųjų rodiklių normalizuotų reikšmių vaidmenį: didesnė $p(d)$ reikšmė atitinka geresnei alternatyvai;
- prioritetų funkcijos reikšmė $p(d)$ lygi nuliui, kai skirtumas d yra mažesnis už nustatytą ribinę reikšmę q , t. y. $p(d) = 0$, kai $d \leq q$;
- kai nustatoma didžiausia rodiklių reikšmių skirtumų riba s , tai $p(d) = 1$, kai $d \geq s$.

Praktikoje naudojamos šešios prioritetų funkcijos $p(d)$ [8, 9]. Viena iš galimų taikomų (V pavidalo) funkcijų (parametras $q = 0$) parodyta 1 pav.

PROMETHEE metodo dviejų alternatyvų A_j ir A_k palyginimo kriterijus $\pi(A_j, A_k)$ (dominavimo santykis – *Outranking*) skaičiuojamas pagal formulę:

$$\pi(A_j, A_k) = \sum_{i=1}^m \omega_i p_t(d_i(A_j, A_k)), \tag{2}$$



1 pav. V pavidalo prioritetų funkciją ir jos grafikas.

čia ω_i – i -jo rodiklio R_i svoris; $p_t(d) = p_t(d_i(A_j, A_k))$ – t -oji (viena iš pasiūlytų) prioritetų funkcija, pasirinktoji i -jam rodikliui.

PROMETHEE metodas sumuoja kiekvienos alternatyvos visų teigiamų („išeinančių“) prioritetiškumų vertinimus

$$F_j^+ = \sum_{k=1}^n \pi(A_j, A_k) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

ir visų neigiamų („įeinančių“) prioritetiškumų vertinimus

$$F_j^- = \sum_{k=1}^n \pi(A_k, A_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (4)$$

PROMETHEE II metodas išdėsto visas lyginamas alternatyvas svarbumo eilės tvarka pagal skirtumų $F_j = F_j^+ - F_j^-$ dydžius. Tokiu būdu, geriausiai alternatyvai atitinka didžiausias skirtumas F_j .

2 ELECTRE III metodas

ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la REalité) metodo istorija prasideda prancūzų mokslininko Bernardo Roy ir jo mokinių darbuose [2, 5, 13]. Kaip ir PROMETHEE, ELECTRE metodai pasaulyje žinomi ir plačiai taikomi [4]. Lietuvoje irgi buvo bandymų taikyti šiuos metodus [11, 12]. ELECTRE III metodas alternatyvų prioritetų nustatymui taiko sutarimo (*concordance*) ir nesutarimo (*discordance*) indikatorius. Abu indikatoriai yra prioritetų funkcijos $p(d)$ PROMETHEE II metodo analogai. Šių indikatorių savybės panašios į minėtų prioritetų funkcijų savybes. Sutarimo indekso (tiksliau, matricos) $c_i(A, B)$ pagrindu vertinamas kiekvienos A alternatyvos B alternatyvos prioritetas i -jo kriterijaus atžvilgiu pagal formules:

$$c_i(A, B) = \begin{cases} 1, & \text{kai } g_i(B) - g_i(A) \leq q_i(g_i(A)), \\ \frac{p_i(g_i(A)) - (g_i(B) - g_i(A))}{p_i(g_i(A)) - q_i(g_i(A))}, & \text{kai } q_i(g_i(A)) < g_i(B) - g_i(A) < p_i(g_i(A)), \\ 0, & \text{kai } g_i(B) - g_i(A) \geq p_i(g_i(A)). \end{cases} \quad (5)$$

Sutarimo indekso funkcijų $c_i(A, B)$ grafikai labai panašūs į PROMETHEE II metodo prioritetų funkcijos $p(d)$ (1 pav.) grafiką.

Palyginus su PROMETHEE II metodo i -jo kriterijaus alternatyvų B ir A reikšmių skirtumas $g_i(B) - g_i(A)$ atitinka skirtumui $d_i(B, A)$, dydis $q_i[g_i(A)]$ atitinka mažiausiai ribinei reikšmei q_i , dydis $p_i[g_i(A)]$ atitinka didžiausiai ribinei reikšmei s_i . Atskiri i -jo kriterijaus sutarimo indeksai $c_i(A, B)$ apjungiami į bendrą alternatyvų sutarimo indeksą (matricą)

$$C(A, B) = \sum_{i=1}^m \omega_i c_i(A, B). \quad (6)$$

Nesutarimo indeksai (matricos) $D_i(A, B)$ i -jo kriterijaus priklauso nuo *veto* parametro. Tai yra alternatyvų reikšmių skirtumai, kai jos darosi nepalyginimas. Nesutarimo

indeksas skaičiuojamas pagal formules:

$$D_i(A, B) = \begin{cases} 1, & g_i(B) - g_i(A) \geq v_i(g_i(A)), \\ \frac{g_i(B) - g_i(A) - p_i(g_i(A))}{v_i(g_i(A)) - p_i(g_i(A))} \leq 1, & \text{kai } p_i(g_i(A)) < g_i(B) - g_i(A) \leq v_i(g_i(A)), \\ 0, & g_i(B) - g_i(A) \leq p_i(g_i(A)), \end{cases}$$

čia v_i – i -jo kriterijaus veto reikšmė.

Nesutarimo indeksai $D_i(A, B)$ rodo A alternatyvos „silpnumo“ laipsnį B alternatyvos atžvilgiu, tokiu būdu įvedamas „silpnumo“ indeksas.

Sutarimo indeksas (matricą) $C(A, B)$ ir nesutarimo indeksai (matricos) $D_i(A, B)$ apjungiami į ELECTRE III metodo pagrindinį vertinimą – bendrą sutarimo indeksą (matricą) $S(A, B)$ pagal formules:

$$S(A, B) = \begin{cases} C(A, B), & \text{kai } D_i(A, B) \leq C(A, B) \forall i, \\ C(A, B) \cdot \prod_{i \in I(A, B)} \frac{1 - D_i(A, B)}{1 - C(A, B)}, & \text{kai } D_i(A, B) > C(A, B), \end{cases}$$

čia $I(A, B)$ yra i indeksų aibė, kai $D_i(A, B) > C(A, B)$.

Geriausios alternatyvos nustatymo ir alternatyvų rangavimo algoritmas yra labai sudėtingas [13]. Norėdami formalizuoti šį procesą Wang, Lin, Huang (2008) pritaikė ELECTRE III metodui PROMETHEE II metodo idėją [14]. Kiekvienai A_j alternatyvai skaičiuojama „išeinančių“ sutarimo indeksų suma $\Phi_j^+ = \Phi^+(A_j) = \sum_{k=1}^n S(A_j, A_k)$ ir „įeinančių“ sutarimo indeksų suma $\Phi_j^- = \Phi^-(A_j) = \sum_{k=1}^n S(A_k, A_j)$. Alternatyvos ranguojamos svarbumo eilės tvarka pagal skirtumų $\Phi_j = \Phi_j^+ - \Phi_j^-$ dydžius.

3 PROMETHEE II ir ELECTRE III metodų taikymas

Metodų palyginimui pritaikysime anksčiau [7] PROMETHEE II metodu išspręstą uždavinį (1 lentelė). Ekspertai nustatė rodiklių svorius [7]:

$$\omega_1 = 0,28, \quad \omega_2 = 0,19, \quad \omega_3 = 0,15, \quad \omega_4 = 0,18, \quad \omega_5 = 0,20.$$

ELECTRE III metodo q , p ir v parametrų reikšmės (2 lentelė) yra suderintos su pasirinktų parametrų reikšmėmis PROMETHEE II metodo taikymui [7].

Dviejų metodų skaičiavimo rezultatai pateikti 3 lentelėje.

Skaičiavimo rezultatai rodo, kad PROMETHEE II ir ELECTRE III metodų rezultatai yra suderinti ir alternatyvų (šalių) vertinimo vietas, gautos taikant abu metodus sutapo.

1 lentelė. Šalių ekonominės plėtros rodiklių reikšmės (2003 m.)

Rodikliai	Kryptis	Estija	Latvija	Lietuva	Lenkija
Bendro metinio vidaus produkto pokytis (%)	max	5,1	7,5	9,7	3,8
Pramonės produkcijos metinis augimas (%)	max	9,8	6,5	16,1	8,4
Vidutinis metinis darbo užmokestis, eurais	max	430	298	306	501
Bedarbystė, procentais	min	9,3	10,3	11,6	19,3
Eksporto/importo santykis	max	0,70	0,55	0,73	0,79

2 lentelė. ELECTRE III metodo q , p ir v parametrų reikšmės.

Parametrai	Rodikliai				
	1	2	3	4	5
q	1,3	1,9	10	1,2	0,03
p	4	8,6	120	10	0,24
v	6	10	220	12	0,4

3 lentelė. PROMETHEE II ir ELECTRE III metodų vertinimo rezultatai (2003 m.).

Metodai		Estija	Latvija	Lietuva	Lenkija
PROMETHEE II metodas	F_j^+	0,84	0,54	1,73	1,03
	F_j^-	1,00	1,19	0,61	1,33
	F_j	-0,16	-0,66	1,12	-0,29
	Vieta	2	4	1	3
ELECTRE III metodas	Φ_j^+	3,341	2,40	3,65	2,45
	Φ_j^-	3,344	3,375	2,017	2,997
	Φ_j	-0,0027	-1,0790	1,6304	-0,5487
	Vieta	2	4	1	3

4 Išvados

Dėl sudėtingos logikos dominuojančiųjų alternatyvų (*outranking*) PROMETHEE II ir ELECTRE III metodai Lietuvoje iki šiol yra mažai taikomi.

Nuo kitų daugiakriterinių metodų šie metodai skiriasi tuo, kad vietoj kriterijų normalizuotų reikšmių taikomos specialiai parinktų funkcijų (prioritetų, sutarimo ir nesutarimo) reikšmės. Funkcijų parametrų nustatymo procese turi dalyvauti sprendimą priimančias asmuo.

PROMETHEE II ir ELECTRE III metodų parametrai ir jų reikšmės atitinka vieni kitus.

Skaičiavimai rodo, kad rezultatai, gauti taikant PROMETHEE II ir ELECTRE III metodus yra suderinti ir gautos abiems metodais alternatyvų (šalių) vietos sutapo.

Literatūra

- [1] M. Behzadian, R.B. Kazemzadeh, A. Albadvi and M. Aghdasi. PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *Eur. J. Oper. Res.*, 1:198–215, 2010.
- [2] R. Benayoun, B. Roy and B. Sussman. *ELECTRE: Une méthode pour guider le choix en présence de points se vue multiples. Note de travail 49*. SEMA-METRA International, Direction Scientifique, 1996.
- [3] J.-P. Brans and B. Mareschal. PROMETHEE methods. In J. Figueira, S. Greco and M. Ehrgott (Eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Chapter 5, pp. 169–207. Springer, 2005.
- [4] J. Figueira, S. Greco and M. Ehrgott (Eds.). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Survey*. Springer, 2005.

- [5] J. Figueira and B. Roy. Electre methods. In J. Figueira, S. Greco and M. Ehrgott(Eds.), *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, Chapter 4, pp. 133–161. Springer, 2005.
- [6] C.L. Hwang and K. Yoon. *Multiple Attribute Decision Making-Methods and Applications, a State of the Art Survey*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1981.
- [7] V. Podvezko and A. Podvezko. Prioritetų funkcijų įtaka daugiakriterimiams vertinimams. *Liet. mat. rink. LMD darbai*, **50**:208–211, 2009.
- [8] V. Podvezko and A. Podvezko. PROMETHEE I metodo naudojimas, nustatant geriausią alternatyvą. *Verslas: teorija ir praktika*, **10**:84–92, 2009.
- [9] V. Podvezko and A. Podvezko. Dependence of multi-criteria evaluation result on choice of preference functions and their parameters. *Tech. Econ. Devel. Econ.*, **16**:143–158, 2010.
- [10] T.L. Saaty. *The Analytic Hierarchy Process*. Graw-Hill, New York, 1980.
- [11] A. Stasiulionis. *Komercinės paskirties objektų statybos projektų daugiatikslius vertinimas investicijų efektyvumo aspektu*. Daktaro disertacija. Technologijos mokslai, statybos inžinerija – 02T [interaktyvus]. Vilnius, 2004.
- [12] J. Šaparauskas. *Darnaus miesto vystymo(-si) daugiatikslė selektonovacija*. Daktaro disertacija. Technologijos mokslai, statybos inžinerija – 02T [interaktyvus]. Vilnius, 2004.
- [13] D. Vallée and P. Zielniewicz. ELECTRE III-IV, version3.x. *Aspects méthodologiques* (tom 1). Document du LAMSADE. Univerite Paris-Dauphine, Dokument Nr. 85, 1994.
- [14] J.J. Wang, Z.K. Lin and H. Huang. A decision model for information systems outsourcing using a multicriteria method. *J. Serv. Sci. Manag.*, **1**:1–9, 2008.

SUMMARY

Outranking multi-criteria methods

V. Podvezko

In the realm of used worldwide multicriteria decision aid methods the two families of methods PROMETHEE and ELECTRE could be distinguished. These methods are rarely used and scarcely known in Lithuania. The methods create rankings of alternatives in accordance with priority levels of each alternative. The methods if different in details use the same core idea: a cumulative criterion comprises values of criteria and their weights indirectly by transforming such values with proprietary priority concordance and discordance indices. In the paper the methods PROMETHEE II ir ELECTRE III are compared, their particularities and differences are outlined and discussed. Both methods are utilised for comparison of given alternatives.

Keywords: multi-criteria methods, PROMETHEE II and ELECTRE III methods, ranking of alternatives.