

Muzikinių duomenų statistinė analizė*

Mindaugas Kavaliauskas

Kauno technologijos universitetas, Fundamentalųjų mokslų fakultetas

Studentų 50, LT-51368 Kaunas

E. paštas: kavaliauskas.mindaugas@gmail.com

Santrauka. Dar Pitagoro laikais buvo žinoma, kad muzika ir matematika turi glaudų ryšį. Muzikiniai garsai skamba harmoningai tada, kai jie tenkina tam tikras taisykles, kurios gana nesunkiai gali būti užrašytos matematine kalba. Statistiniai metodai pradėti taikymo muzikologijoje praėjusio amžiaus antroje pusėje, o per pastarąjį dešimtmetį pastebėta, kad daugelis matematinės statistikos metodų, kaip kad koreliacinė analizė, laiko eilučių analizė, dispersinė analizė, diskriminantinė ir klasterinė analizė, Markovo grandinių modeliai ir nemažai kitų gali būti sėkmingai taikomi muzikinių duomenų analizei. Deja, Lietuvoje šie tyrimai praktiškai nebuvo atliekami. Šiuo straipsniu bandoma bent šiek tiek prisidėti prie matematinių muzikos tyrimų. Darbe muzikinio teksto duomenys (natos) analizuojamos statistiniais metodais. Tiriama muzikinių intervalų skirstiniai, atliekamas kūrinių klasifikavimas. Tyrimai atliekami naudojant kelių Lietuvos kompozitorių darbus.

Raktiniai žodžiai: muzikiniai intervalai, duomenų analizė, matematinė statistika.

Įvadas

Matematikos ir muzikos sąsaja yra žinoma daugelį šimtmečių. Jau senovės Graikijoje muzikos ir matematikos ryšiai buvo tyrinėjami Pitagoro ir jo pasekėjų. Buvo atrasti garsų derėjimo dėsniai davę pagrindą šiuolaikinei diatoniniai muzikai. Pitagoro vardu pavadintas instrumentų derinimo būdas naudojamas iki šių dienų.

Ilgus šimtmečius matematika buvo grindžiama tik fundamentalūs muzikos garsų dėsniai, tačiau matematiniai metodai nebuvo naudojami muzikos kūrinių analizei. Tokio tipo tyrimai pradėti atlikti tik nuo praėjusio amžiaus vidurio, o didelis jų populiarumas pastebėtas tik paskutinius keliolika metų. Šiuo metu pasaulyje rengiama nemažai konferencijų šia tematika, pvz.: IEEE International Conference on Audio, Speech and Signal Processing, International Conference of Music Information Retrieval; galima rasti pasaulinio lygio žurnalų skirtų tokio tipo tyrimų rezultatams publikuoti, pvz.: Journal of Mathematics and Music, Journal of New Music Research, Computer Music Journal, Musicae Scientiae. Per paskutinį dešimtmetį išleista nemažai knygų skirtų matematinių metodų taikymui muzikoje, pvz.: [2, 7, 6, 4, 1, 3]. Matematinų metodų išpopuliarėjimą muzikoje nesunku paaikškinti kompiuterinės technikos skverbimusi į muzikos sferą. Atsiradus daugybei skaitmeninių muzikos įrašų iškilo įvairūs nauji uždaviniai – automatinio muzikos klasifikavimo į žanrus, muzikos kūrinio atpažinimas pagal jo fragmentą, vokalo ar instrumentų išskyrimo iš įrašo ir pan. Klasifikavimas, vaizdų atpažinimas (*angl. pattern recognition*) yra klasikiniai matematinės

* Šio straipsnio rašymas finansuojamas Lietuvos mokslų tarybos projekto MIP-11492.

statistikos uždaviniai naudojami daugelyje sričių, tad jų taikymas muzikos duomenų apdorojime yra savaime suprantamas. Be to, statistiniai metodai gali būti naudojami muzikologiniams tyrimams praplėsti, autorių, žanrų, įvairių kūrybos laikotarpių muzikos bruožams išryškinti pasitelkiant dideles muzikinių duomenų bazes.

1 Uždavinsys

Šiame darbe, naudodami statistinius kriterijus, lyginsime kelių autorių kūrinius. Tirsime ar vieno autoriaus kūriniai yra panašūs tarpusavyje, lyginsime juos su kito autoriaus kūriniais. Kūrinių panašumui įvertinti naudosime atstumą, kurio konstrukcija remsis statistinėmis muzikos kūrinių intervalų savybėmis. Palyginsime dviejų atstumo funkcijų efektyvumą.

Nors pasaulyje atliekami muzikologiniai tyrimai naudojant matematinės statistikos metodus, tačiau šio straipsnio autoriui pavyko rasti vos vieną darbą [5] skirtą tokio tipo lietuviškos muzikos analizei. Siekiant praplėsti žinias apie lietuvių muziką, naudosime imtis sudarytas iš šių lietuvių autorių kūrinių: M. K. Čiurlionio styginių kvartetas I–III dalys, Jakubėno styginių kvartetas I–II dalys, Kačinsko styginių kvartetas Nr. 4 I–III dalys. Toliau šiuos kūrinius sutrumpintai žymėsime: Čiur1, Čiur2, Čiur3, Jaku1, Jaku2, Kači1, Kači2, Kači3.

Muzikiniai duomenys gali būti pateikiami įvairiame pavidale. Vienas iš dažnai naudojamų duomenų pateikimo būdų yra diskretizuotas garso įrašo formatas. Tokio duomenų formato pavyzdžiu gali būti populiariai naudojamas CD stereo įrašas su 44100 kHz diskretizavimo dažniu, kuriame signalo reikšmė koduojama 16 bitų skaičiumi. Esant tokiems duomenims, pirmiausia atliekamas signalo spektro skaičiavimas (paprastai naudojant greitąją Furje transformaciją), o tuomet yra išskiriami atskirų garsų dažniai (natos). Mes savo analizėje naudosime muzikos tekstą (natas), todėl šio pradinio garso signalo apdorojimo atlikti neberekės. Kiekvieno analizuojamų kūrinių natos užrašytos penklinėje, matematine kalba gali būti suprantamos, kaip vektorius sudarytas iš trimačių elementų:

$$\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n), \quad X_i = (a_i, t_i, d_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

čia a_i – natos aukštis (naudosime MIDI standartą atitinkančius natų aukščius $C = 60$, $C\sharp = 61$, $D = 62$, ir $C\sharp=61$, t. t.), t_i – natos skambėjimo pradžios laikas, d_i – natos trukmė, n – kūrinių natų kiekis. Laikysime, kad natos vektoriuje išdėstytos chronologine tvarka, t. y., $t_i \leq t_{i+1}$.

2 Tyrimo metodika

Muzikinis kūrinys gali būti transponuojamas, t. y., jį groti ar dainuoti galima aukščiau ar žemiau. Nežiūrint to, mes aiškiai suprantame, kad girdime tą pačią melodiją. Taip yra todėl, kad svarbus yra ne atskiro garso aukštis (fizikine prasme – dažnis), o gretimų garsų muzikinis intervalas (fizikine prasme – dažnių santykis). Kadangi pasirinkti muzikos kūriniai yra polifoniniai (vienu metu juose gali skambėti kelios natos), tai turime išskirti melodiją sudarytą iš vienos nepersidengiančių natų eilutės. Melodijos išskyrimui naudosime standartinį metodą, kai iš vienu metu skambančių garsų pasirenkamas aukščiausias, t. y., į imtį įtraukiamos tik natos X_i , kurioms tenkinama

sąlyga

$$a_i = \max_{j: t_j=t_i} a_j, \quad (2)$$

ir iš šių aukščiausių natų išrenkame tik laike nepersidengiančias natas, t. y. tokias, kurių indeksai i tenkina sąlygą

$$t_i + d_i \leq t_{i+1}. \quad (3)$$

Laikysime, kad imtys apibrėžtos (1) jau yra sudarytos panaudojant šią melodijos išskyrimo procedūrą.

Muzikinis intervalas tarp natų gali būti apibrėžiamas kaip skirtumas tarp jų aukščių $a_i - a_j$, tačiau muzikos teorijoje yra laikoma, kad oktava aukščiau skambantys garsai yra ekvivalentūs tam tikra harmonijos prasme. Todėl turime ne vieną natą *do*, o po vieną natą *do* kiekvienoje oktavoje. Kadangi kas 12 garsų (iš tiek garsų yra sudaryta oktava) kartoja si nata turinti tą patį pavadinimą (pvz., *do*), tai muzikos garsai, o kartu ir muzikiniai intervalai (garsų aukščių skirtumai), gali būti suprantami, kaip sveikieji skaičiai moduli 12. Tarp muzikinių garsų (ir intervalų) ir aibės $\mathbb{Z}_{12} = \{0, 1, \dots, 11\}$ egzistuoja vienareikšmė atitiktis, o natos (intervalai) algebrine prasme gali būti interpretuojami, kaip adityvios grupės \mathbb{Z}_{12} elementai, žr. [2]. Todėl analizuojamų kūrinių melodijų muzikinius intervalus h apibrėšime

$$h_i = |a_{i+1} - a_i| \pmod{12}. \quad (4)$$

Šis muzikinio intervalo apibrėžimas yra klasikinis, tačiau muzikinio kūrinio suvokime svarbus ne tik intervalo dydis, bet ir jo kryptis, pvz., norime ne tik žinoti, kad tarp gretimų natų yra kvintos muzikinis intervalas, bet analizėje norime atsižvelgti ir į tai ar tai yra kvinta aukšty, ar kvinta žemyn. Todėl tolimesnius tyrimus atliksime naudodami ir kitą intervalo išraišką

$$h'_i = \begin{cases} (a_{i+1} - a_i) \pmod{12}, & a_{i+1} \geq a_i, \\ -(|a_{i+1} - a_i| \pmod{12}), & a_{i+1} < a_i. \end{cases} \quad (5)$$

Tyrimo metu buvo tikrinamas muzikinių kūrinių intervalų (h ir h') skirstinių vienumas. Kadangi duomenų skirstinys nėra normalusis, tam naudojome nparametrinį Komogorovo–Smirnovo kriterijų, pasirinkome 5% reikšmingumo lygmenį.

Taip pat buvo bandoma kūrinius klasifikuoti naudojant hierarchinį klasifikavimą. Buvo pasirinkta atstumo tarp kūrinių funkcija, kurios konstrukcija remiasi Pirono koreliacijos koeficientu, papildomai jį modifikuojant, kad galėtų įprasta atstumo sąvokė $d(X, X) = 0$:

$$d(A, B) = 1 - \rho(P_{h_A}, P_{h_B}), \quad (6)$$

čia $d(A, B)$ – atstumas tarp muzikos kūrinių A ir B, ρ – Pirono koreliacijos koeficientas, P_{h_A} ir P_{h_B} – vektoriai sudaryti iš muzikinių intervalų h tikimybių atitinkamai kūriniuose A ir B. Buvo tiriami skirstiniai tiek intervalų sudaryti naudojant formulę (4), tiek formulę (5). Klasterizuojant buvo naudojamas vidutinės jungties (*angl. average linkage*) atstumas tarp klasių.

1 lentelė. Hipotezių apie kūrinių muzikinių intervalų h' skirstinių vienodumą kritinės reikšmės naudojant Kologorovo–Smirnovo kriterijų. Paryškintos reikšmės rodo kūrinius, kurių skirstinių skirtumai nėra statistiškai reikšmingi.

	Čiur2	Čiur3	Jaku1	Jaku2	Kači1	Kači2	Kači3
Čiur1	0.0001619	0.3542	0.000164	0.002054	0.1593	0.0001325	0.009673
Čiur2		0.0008402	0.007855	2.568e-5	6.054e-6	3.346e-7	0.001423
Čiur3			0.01143	0.03585	0.05806	0.001148	0.03823
Jaku1				0.01008	0.03129	1.275e-5	0.02138
Jaku2					0.1774	7.671e-5	0.003525
Kači1						0.08686	0.08486
Kači2							0.03016

3 Rezultatai

Atliekant tyrimą pirmiausia buvo tiriami muzikinių intervalų skirstiniai. Daugeliu atvejų nustatyti statistiškai reikšmingi skirtumai ir hipotezė apie skirstinių vienodumą buvo atmetama, tiek tarp to pačio autorių kūrinių, tiek tarp skirtingų autorių kūrinių. 1 lentelėje pateikiami rezultatai, kurie rodo skirtumų reikšmingumą, kai naudojami muzikiniai intervalai h' apibrėžti (5). Iš lentelėje pateiktų kritinių reikšmių matome, kad statistiškai nereikšmingi skirtumai pastebimi tik tarp analizuotų Kačinsko kūrinių bei Čiurlionio styginių kvarteto I ir III dalies, tuo tarpu kitais atvejais egzistuoja skirtumai tarp to pačio autoriaus kelių kūrinių. Iš kitos pusės, matome, kad Kačinsko styginių kvarteto I dalies intervalų skirstinys nesiskiria reikšmingai nuo kitų autorių kūrinių – Čiurlionio styginių kvarteto I ir III dalių, bei Jakubėno styginių kvarteto II dalies. Panašūs rezultatai buvo gauti naudojant ir muzikinius intervalus h apibrėžtus (4). Tad galime teigti, kad muzikinių intervalų skirstiniai nėra fiksuoti autoriams, o gali skirtis skirtinguose kūriniuose. Be to, galimi skirtingų autorių kūrinių muzikinių intervalų panašumai.

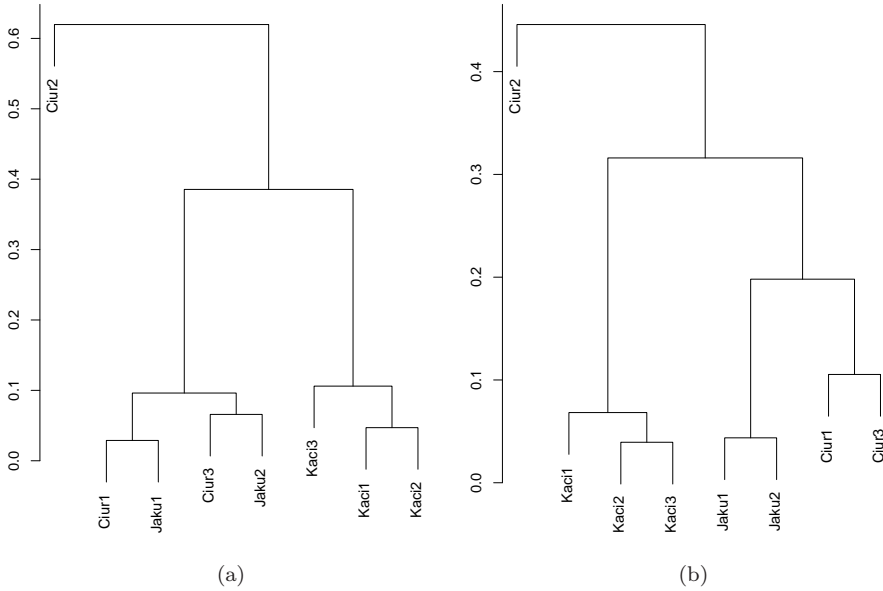
Nepaisant to, kad neradome statistiškai reikšmingos atitikties tarp autoriaus ir muzikinių intervalų skirstinio, bandėme įvertinti skirstinių panašumus naudodami atstumo funkciją apibrėžtą (6). Atstumus vaizdumo dėlei pateiksime kaip hierarchinio klasifikavimo rezultata. Kartu tokia rezultatų pateiktis parodys galimybę šį statistinį metodą taikyti autorių kūriniams klasifikuoti ar autorystei identifikuoti.

1(b) paveikslėlyje pateikti rezultatai rodo, kad naudojant atstumo funkciją (6) ir muzikinių intervalų (5) apibrėžimą, galime tinkamai klasifikuoti muzikinius kūrinius. Šiuo atveju tik Čiurlionio styginių kvarteto II dalis nebuvo apjungta į vieną šaką su kitais Čiurlionio kūriniams. Naudojant klasikinį muzikinių intervalų apibrėžimą (4), buvo gauti prastesni rezultatai ir Čiurlionio kūriniai buvo apjungiami į bendras klases su Jakubėno kūriniams.

4 Išvados

Iš atliktų tyrimų seka išvados:

1. Muzikinių intervalų skirstiniai gali reikšmingai skirtis skirtinguose to pačio autoriaus kūriniuose, ar kelių autorių kūrinių gali turėti panašų skirstinį;
2. Visgi muzikinių intervalų skirstiniai yra viena iš paprastų statistikų, kurią verta taikyti identifikuojant kūrinių autorių ar priskiriant nežinomą kūrinių dalį tam tikram kūriniui;



1 pav. Kūriniai suklasifikuoti naudojant muzikinius intervalus: (a) h ; (b) h' .

3. Muzikinių intervalų skirstiniai gali būti nepakankamai tikslūs, jei kūrinys yra nevienalytis;
4. Tiksliesni rezultatai gaunami išskiriant muzikinius intervalus aukštyn ir žemyn, kaip skirtingus intervalus.

Literatūra

- [1] D.J. Benson. *Music: A Mathematical Offering*. Cambridge University Press, 2007.
- [2] J. Beran. *Statistics in Musicology*. Chapman and Hall, 2004.
- [3] J. Fauvel, R. Flood and R.J. Wilson. *Music and Mathematics: from Pythagoras to Fractals*. Oxford University Press, 2003.
- [4] L. Harkleroad. *The Math Behind the Music*. Cambridge University Press, 2006.
- [5] R. Kašponis. *Lietuvių muzikos melodika ir harmonija* (rusų k.). Mokslas, Vilnius, 1992.
- [6] D. Gareth Loy. *Musimathics: the Mathematical Foundations of Music*. MIT Press, 2006.
- [7] D. Temperley. *Music and Probability*. MIT Press, 2007.

SUMMARY

Statistical analysis of Music Data

M. Kavaliauskas

Connection of music and mathematics is known from Pythagoras. Music sounds are in harmony if it satisfies certain mathematical conditions. Despite tight connection between music and mathematics, the idea of using mathematical methods in musicology was used only in the 1950s. Last decade various methods of mathematical statistics, such as correlation analysis, time series analysis, analysis of variance, data clustering, Markov chain models was successfully applied in musicology. Though, there

was no work done in this area in Lithuania. In this article musical data (notes) is analysed using statistical methods. Musical intervals are analysed. Music compositions are classified. Analysis results are presented. Research uses works of a few Lithuanian composers.

Keywords: musical intervals, data analysis, mathematical statistics.