

# Volterra eilučių taikymas signalų iškraipymų analizei

Julija Anilionienė

*Kauno technologijos universitetas, Fundamentalųjų mokslų fakultetas*  
Studentų 50, LT-51368 Kaunas  
E. paštas: julija.anilioniene@ktu.lt

**Santrauka.** Šiame darbe signalų iškraipymų analoginiuose optoelektroniniuose įrenginiuose analizei pasiūlytas Volterra eilučių metodas. Tai leidžia įvertinti signalo iškraipymo šaltinius bei gauti bendrus sprendinius iškraipymų skaičiavimui.

**Raktiniai žodžiai:** Volterra eilutės, Volterra branduoliai, stiprintuvo netiesiškumai, signalų iškraipymai.

## 1 Įvadas

Šiuolaikinėse informacijos perdavimo sistemose tiesiškumas yra vienas svarbiausių parametru. Volterra eilučių metodas plačiai taikomas analoginių sistemų netiesinių grandinių nagrinėjimui. Priešingai, nei naudojant kitus metodus, kurie nesuteikia informacijos apie iškraipymų šaltinius, naudojant Volterra eilutes galima gauti iškraipymų komponentių matematinės išraiškas, įvertinančias netiesinių sistemų parametrus.

Šio darbo tikslas – įvertinti stiprintuvo, įeinančio į analoginius optoelektroninius įrenginius, netiesiškumus, naudojant Volterra eilutes gauti bendrus sprendinius iškraipymų komponentių skaičiavimui.

## 2 Modelis ir tyrimo metodika

Jei į netiesinę sistemą paduodamas signalas  $x(t)$ , tai naudojant Volterra eilučių metodą, signalas jos išėjime [3]

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_n, \quad (1)$$

čia  $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$  – impulsinės charakteristikos taip vadinami „Volterra branduoliai“.

$n$ -os eilės branduolio Laplaso transformacija  $H_n(p_1, p_2, \dots, p_n)$  naudojama apskaičiuoti iškraipymų komponentių dydžius dažnių srityje

$$H_n(f_1, f_2, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{-j\omega_1 \tau_1} \dots e^{-j\omega_n \tau_n} d\tau_n, \quad (2)$$

čia  $\omega_i = 2\pi f_i$ .

Taigi, netiesinę sistemą (šiuo atveju nagrinėjamą integrinį tranzistorių) sudaro lygiagrečiai sujungtos tiesinė, kvadratinė, kubinė ir t. t. posistemės.

Darbo tikslas ištirti integrinio tranzistoriaus netiesiškumų įtaką darbo režimo ir išėjimo srovės pirmos harmonikos pokyčiams.

Jei į netiesinę sistemą paduodamas signalas

$$x(t) = U \cos \omega t = U \frac{(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})}{2}, \quad (3)$$

tai išėjimo signalo pastovios dedamosios pokytis gaunamas analizuojant kvadratinę posistemę [2]

$$y_2(t) = \frac{U^2}{2} |H_2(j\omega, -j\omega)| + \frac{U^2}{2} |H_2(j\omega, j\omega)| \cos(2\omega t + \varphi_{2\omega}). \quad (4)$$

Analogiškai nustatomas signalas kubinės posistemės išėjime

$$y_3(t) = \frac{3}{4} U^3 |H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)| \cos(\omega t + \varphi_\omega) + \frac{1}{4} U^3 |H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)| \cos(3\omega t + \varphi_{3\omega}), \quad (5)$$

čia pirmas narys – tai pirmos harmonikos padidėjimas, antras narys – išėjimo signalo trečioji harmonika.

Tada, analizuojant netiesinę sistemą, į kurią paduodamas harmoninis signalas, integrinio tranzistoriaus (IT) darbo taško poslinkiui nustatyti reikia surasti dvimatį branduolį. Išėjimo srovės pirmos harmonikos padidėjimo pokytis, priklausantis nuo netiesinių reiškinių tranzistoriuje, nustatomas suradus trimatį branduolį.

### 3 Analitiniai sprendimai

Prieš skaičiuojant Volterra eilutes, reikia įvertinti integrinės grandinės netiesiškumus, skleidžiant juos Taylora eilutėmis. Atliksime integrinio tranzistoriaus (IT) netiesiškumų matematinį modeliavimą.

IT emiterio srovė yra netiesinė pridėtos prie sandūros įtampos funkcija [2], kurią išskleidę Taylora eilute, gauname:

$$i_e(u) = \lambda_1 u + \lambda_2 u^2 + \lambda_3 u^3. \quad (6)$$

Eilutės koeficientai

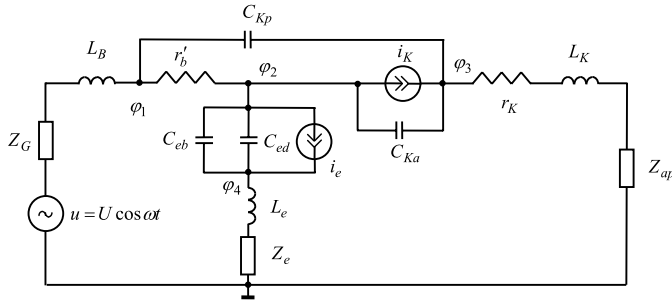
$$\lambda_1 = G_e, \quad \lambda_2 = G_e^2/2I_{e0}, \quad \lambda_3 = G_e^3/6I_{e0}, \quad (7)$$

čia  $G_e$  – emiterio laidumas,  $I_{e0}$  – pastovi dedamoji.

Emiterio sandūros talpa yra pridėtos įtampos netiesinė funkcija. Įvertinę, kad ją sudaro difuzinė ir barjerinė talpos, netiesinio generatoriaus srovė, išskleidus Taylora eilute, išreiškiama tokiu pavidalu:

$$i_{c_e}(u) = \beta_1 \frac{du}{dt} + \beta_2 \frac{du^2}{dt} + \beta_3 \frac{du^3}{dt}, \quad (8)$$

čia  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  koeficientai, priklausantys nuo IT parametrų.



1 pav. Integrinio tranzistoriaus ekvivalentinė schema.

Kolektoriaus sandūros talpa netiesiškai priklauso nuo pridėtos prie šios sandūros įtampos. Srovė šia talpa

$$i_{C_k} = \gamma_1 \frac{du_k}{dt} + \gamma_2 \frac{du_k^2}{dt} + \gamma_3 \frac{du_k^3}{dt}, \quad (9)$$

čia  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – eilutės koeficientai.

Kolektoriaus srovė – emiterio srovės ir kolektoriaus įtampos netiesinė funkcija:

$$i_K = (L_1 - j\omega N_1)u + (L_2 - j\omega N_2)u^2 + (L_3 - j\omega N_3)u^3, \quad (10)$$

čia  $L_1, L_2, L_3, N_1, N_2, N_3$  – koeficientai.

Taigi, taikant Volterro eilutes netiesinių sistemų nagrinėjimui, esant analoginiam įėjimo signalui, signalų iškrypimų tyrimui reikia surasti antros ir trečios eilės Volterra branduolius [2].

Įvertinus integrinio tranzistoriaus netiesiškumus, IT ekvivalentinei schemai (1 pav.) sudaroma lygčių sistema:

$$\begin{cases} \frac{u - \bar{\varphi}_1}{Z_G + pL_B} + pC_K(\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_1) = \frac{\bar{\varphi}_1 - \bar{\varphi}_2}{r_b}, \\ \frac{\bar{\varphi}_1 - \bar{\varphi}_2}{r_b} + (L - pN)(\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_4) + \gamma p(\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_2) = \lambda(\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_4) + \beta p(\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_4), \\ \gamma p(\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_2) + (L - pN)(\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_4) + pC_K(\bar{\varphi}_3 - \bar{\varphi}_1) = \frac{-\bar{\varphi}_3}{Z_{ap} + pL_K + r_K}, \\ \beta p(\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_4) + \lambda(\bar{\varphi}_2 - \bar{\varphi}_4) = \frac{-\bar{\varphi}_4}{Z_e + pL_e}, \end{cases} \quad (11)$$

čia  $\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3, \bar{\varphi}_4$  – atitinkamų ekvivalentinės schemos mazgų potencialai,  $Z_G$  – generatoriaus varža,  $Z_{ap}$  – apkrovimo varža,  $Z_e$  – emiterio varža,  $L_B, L_K, L_e$  – įvadų induktyvumai,  $C_K, r_K, r_b$  – ekvivalentinės schemos elementai.

Ekvivalentinės IT schemos mazgus atitinkančius kvadratinės posistemės branduolius žymėsime  $H_{21}(p_1, p_2), H_{22}(p_1, p_2), H_{23}(p_1, p_2)$  ir  $H_{24}(p_1, p_2)$ . Juos rasime iš lyg-

ties:

$$\begin{pmatrix} H_{21}(p_1, p_2) \\ H_{22}(p_1, p_2) \\ H_{23}(p_1, p_2) \\ H_{24}(p_1, p_2) \end{pmatrix} = Q^{-1}(p_1 + p_2) \times \begin{pmatrix} 0 \\ (L_2 - (p_1 + p_2)H_2) \prod_{i=1}^2 (B_1(p_i) - D_1(p_i)) - \lambda_2 \prod_{i=1}^2 (B_1(p_i) - D_1(p_i)) - \\ -\beta_2(p_1 + p_2) \prod_{i=1}^2 (B_1(p_i) - D_1(p_i)) + \gamma_2(p_1 + p_2) \prod_{i=1}^2 (C_1(p_i) - B_1(p_i)) \\ (L_2 - (p_1 + p_2)N_2) \prod_{i=1}^2 (B_1(p_i) - D_1(p_i)) - \gamma_2(p_1 + p_2) \prod_{i=1}^2 (C_1(p_i) - B_1(p_i)) \\ \lambda_2 \prod_{i=1}^2 (B_1(p_i) - D_1(p_i)) + \beta_2(p_1 + p_2) \prod_{i=1}^2 (B_1(p_i) - D_1(p_i)) \end{pmatrix}, \quad (12)$$

čia  $Q(p_1 + p_2)$  – laidumų matrica.

Iš (4) seka, kad norint nustatyti išėjimo srovės pastovios dedamosios priklausomybes dažnių diapazone, reikia rasti branduolį  $H_{23}(p_1, p_2)$ . Įvertinus, kad  $p_2 = -p_1$ , rasime mus dominantį branduolį. Tada,  $\gamma_2$  ir  $\beta_2$  lygūs nuliui ir (12) bus tokia:

$$\begin{pmatrix} H_{21}(p_1, -p_1) \\ H_{22}(p_1, -p_1) \\ H_{23}(p_1, -p_1) \\ H_{24}(p_1, -p_1) \end{pmatrix} = Q^{-1}(p_1, -p_1) \times \begin{pmatrix} 0 \\ (L_2 - \lambda_2)(B_1(p)B_1(-p) - D_1(p_1)D_1(-p_1)) \\ L_2(B_1(p_1)B_1(-p_1) - D_1(p_1)D_1(-p_1)) \\ \lambda_2(B_1(p_1)B_1(-p_1) - D_1(p_1)D_1(-p_1)) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

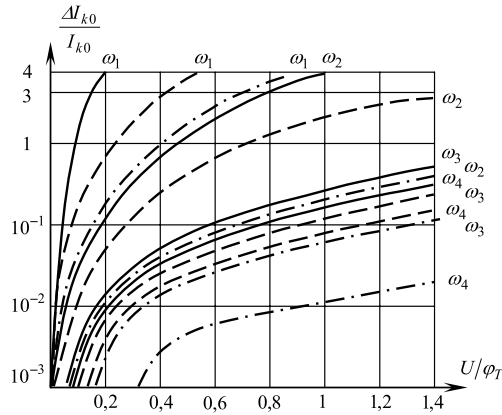
Tuomet, IT išėjimo srovės pastovios dedamosios pokytis, įvertinus ekvivalentinės schemos elementus, apkrovimą bei įėjimo srovės generatoriaus įtaką, lygus:

$$\Delta I_{i0} = U^2 |H_{23}(j\omega, -j\omega)| 2Z_{ap}. \quad (14)$$

Iš čia galima surasti išėjimo srovės pastovios dedamosios pokyčio priklausomybes nuo įėjimo signalo dažnio ir dydžio (2 pav.). Analogišku būdu, galima surasti IT išėjimo srovės pirmos harmonikos priklausomybes nuo jo netiesiškumų. Tokiu atveju reikia surasti kubinės posistemės trimačius branduolius.

## 4 Išvados

1. Pateiktas integrinio tranzistoriaus matematinis modelis, atsižvelgiant į jo netiesiškumus. Signalų iškraipymų atskirų komponentių įvertinimui pasiūlytas Volterra eilučių metodas.
2. Atliktas IT netiesiškumų modeliavimas. Gautos priklausomybės taikomos Volterra branduolių skaičiavimui.
3. Panaudojus Volterra eilutes ir suradus atitinkamus branduolius, galima nustatyti išėjimo signalo netiesines priklausomybes, įvertinti iškraipymus ir jų pagrindines priežastis.



**2 pav.** Integrinio tranzistoriaus išėjimo srovės pastovios dedamosios santykinio pokyčio priklausomybės nuo įėjimo signalo dydžio prie įvairių dažnių ( $-I_{e0} = 1 \text{ mA}$ ,  $-I_{e0} = 5 \text{ mA}$ ,  $-I_{e0} = 10 \text{ mA}$ ).

## Literatūra

- [1] Available from internet: [http:// hercules. onln.fi/isbn9514265149/htmlx1084.html](http://hercules.onln.fi/isbn9514265149/htmlx1084.html).
- [2] J. Anilionienė. Analysis of nonlinearities in phototransistors. *Electr. Electr. Eng.*, **7**(87):19–22, 2008.
- [3] C. Fager and et al. A comprehensive analysis of IMD behavior in RFC MOS power amplifiers. *IEEE J. Solid-State Circ.*, **39**(1):24–34, 2004.
- [4] P. Wambacq and W. Sansen. *Distortion Analysis of Analog Integrated Circuits*. Kluwer, Dordrecht, 1998.

## SUMMARY

### The Volterra series of distortion analysis

J. Anilionienė

The Volterra series method of distortion analysis is presented in the analysis of a common emitter circuit. There are presented the model of the integrated circuit and evaluated their non-linearity's. According to the provided equivalent diagram and using the method of Volterra series, kernels of the respective linear, square and cube system have been figured out. Changes in an operation mode of a IT within a frequency range influenced by an input signal have been defined taking into account IT parameters and outer elements.

*Keywords:* Volterra series, Volterra kernels, IC amplifier non-linearity's, signal distortions.