

# Tarpukario Lietuvos matematikos programų palyginimas su 1912 m. Vokietijos žemės Viurtembergo matematikos programomis

Birutė Ragalytė, Alma Paukštienė

*Panevėžio kolegija*

Laisvės a. 23, LT-35200 Panevėžys

E. paštas: [birute.ragalyte@panko.lt](mailto:birute.ragalyte@panko.lt), [alma.paukstiene@panko.lt](mailto:alma.paukstiene@panko.lt)

**Santrauka.** Straipsnyje lyginamos tarpukario Lietuvos matematikos programos su Vokietijos žemės Viurtembergo matematikos programomis. Pateikiama, kokią įtaką programų turiniui padarė Kleino idėjos.

**Raktiniai žodžiai:** matematikos programos, Kleino idėjos, tarpukario Lietuvos matematikos mokymo atnaujinimas.

## 1 Įvadas

Svarbiausias įvykis, turėjęs įtakos matematikos mokymo programoms Vakarų Europoje, – 1905 m. Meranės mieste vykęs Vokietijos gamtininkų ir gydytojų draugijos suvažiavimas. Jo iniciatorius buvo garsusis vokiečių matematikas Feliksas Kleinas. Suvažiavime buvo priimtas Vokietijos bendrojo lavinimo matematikos programos projektas, kuris dabar vadinamas Meranės programa. Remiantis šia programa matematiką reikėjo dėstyti naudojant funkcijas. Pirmiausia funkcijos sąvoka buvo įvedama algebroje bei trigonometrijoje. Daugianarius ir lygtis rekomenduojama interpretuoti kaip funkcijas ir vaizduoti geometriškai. Geometrinių figūrų plotus, kūnų tūrius siūlyta interpretuoti kaip jų matmenų funkcijas. Meranės programoje numatyta vidurinėje mokykloje įvesti funkcijos išvestinės bei integralo sąvokas.

Mintis reorganizuoti matematikos programas nepriklausomoje Lietuvoje kilo iš karto atgavus nepriklausomybę. Didžiausia įtaka kuriant matematikos programas buvo Vokietijos.

Pirmoji Nepriklausomos Lietuvos matematikos mokymo programa pradinei mokyklai buvo parengta 1919 m., paskelbta periodikoje 1921 m., „Mokslo ir gyvenimo“ žurnale. Programa labai glausta. Dažniausiai dalykas, kurį privaloma išdėstyti per vienus mokslo metus, apibūdinamas vienu ar keliais sakiniais [3]). P. Mašiotas straipsnyje „Matematikos programos statant“ [2] pažymi, kad programos yra per siaurai apibūdinamos. Ne kiekvienas mokytojas gavęs tokią programą sugeba įvardinti da-

lykus ir pats sudaryti detalią programą. Šiame straipsnyje jis teigia, kad „tik labai nusistovėjusios programos gal būt strukai dėstomos“ [2].

Vieno bendro plano vidurinėms ir aukštesniosioms mokykloms nebuvo, jo teko laukti ilgiau. Anot A. Ažubalio, vyresniųjų klasių aritmetikos dėstymo reikalai pirmą kartą aptariami S. Balčyčio straipsnyje „Dėl matematikos dėstymo plano vidurinėj mokykloj“ [1].

1928 m. sausio 3–5 d. vyko pirmoji matematikos ir fizikos mokytojų konferencija. Z. Žemaitis buvo šios konferencijos organizacinės komisijos pirmininkas. Jis iškėlė pedagoginio darbo svarbą, pabrėžė, kad „pedagogas savo darbuotėje yra kūrėjas“ [5]. Jam rūpėjo matematikos dėstymas aukštesniosiose mokyklose, jis buvo „gyvai susirūpinęs jos reikalais“ [5]. Šioje konferencijoje jis pristatė matematikos programos aukštesniosiose mokyklose tikslus.

Jis pasisakė prieš mechaninį matematikos mokymo metodą, kai apibrėžimai ir dėsniai „iškalami“ mechaniškai. Šis metodas „neugdo mokinio proto gabumų“ [4]. Dėstoma medžiaga turi būti sujungta „nepertraukiamu vidujiniu logingumo ryšiu“ [4], ji turėtų būti suprantama ir įdomi mokiniui, nes šią medžiagą jis galėtų pritaikyti kitiems gamtos ir visuomenės mokslams bei praktikos reikmėms.

## 2 Viurtembergo (1912 m.) ir lietuviškos (1929 m.) matematikos programų palyginimas

Vokietijoje XX a. pradžioje kiekviena sąjunginė žemė kūrė ir naudojo skirtingus mokyklos planus ir programas. Nagrinėjime matematikos programas išleistas 1912 m. dviejų Vokietijos sąjunginių žemių – Viurtembergo ir Badeno.

### • Pradinės mokyklos matematikos programa

Analizuosime Viurtembergo pradinį klasių programą patvirtintą 1912 m., su 1919 m. Lietuvoje parengta matematikos mokymo programa, skirta pradinei mokyklai, kuri buvo paskelbta 1921 m. „Mokyklos ir gyvenimo“ žurnale [3].

Nagrinėjant programas galime pastebėti, kad Viurtembergo pradinį klasių matematikos programos yra labai glaustos, visos klasės kursas apibūdinamas keliais sakiniais. Šioje programoje išskiriama, ką mokinys turi sugebėti atlikti mintinai, ir ką privalo sugebėti apskaičiuoti. Nagrinėjamoje lietuviškoje pradinės mokyklos matematikos programoje taip pat išskiriami uždaviniai, kuriuos mokinys turi gebėti spręsti mintinai. I pradinės mokyklos skyriuje žodžiu išsprendžiamais priskiriami uždaviniai, kurie yra taikomi praktikoje ir kuriuos galima išspręsti 2–3 veiksmams. II skyriuje – žodžiu turi gebėti spręsti jau 3–4 veiksmų uždavinius, III skyriuje – mintino skaičiavimo pratimai iki 1000. Abiejose programose pradinėje mokykloje pagrindinis dėmesys skiriamas keturiems pagrindiniams veiksams (sudėčiai, atimčiai, daugybai ir dalybai) mokyti. Nuosekliai pereinama nuo veiksmų su mažesniais skaičiais prie veiksmų su didesniais skaičiais. Numatytas veiksmų su metriniais skaičiais atlikimas. Lyginant programas galime pastebėti, kad lietuviškoji pradinės mokyklos matematikos programa buvo aukštesnio lygio turinio prasme.

### • Vidurinės mokyklos (gimnazijos) matematikos programa

Viurtembergo matematikos programa (1912 m.) vidurinei mokyklai išskiriama kelių tipų mokykloms. Lietuvos matematikos programa vidurinei mokyklai išskiriama

nuo V vidurinės mokyklos (gimnazijos) klasės. Viurtembergo matematikos programą palyginsime su Lietuvos 1929 m. vidurinės mokyklos matematikos programa.

Viurtembergo matematikos programoje numatytas praktikoje taikomų uždavinių sprendimas. Taip pat kvadratinų lygčių sprendimas, išvestinės sąvokos įvedimas, numatyta dėstyti planimetrijos kursą, trigonometriją, įtraukiant taisyklingąjį trikampį, stereometrijos uždavinius. Matematikos gimnazijos kurse pateikiami matematinės geografijos ir kosmografijos pagrindai.

I klasėje: Abiejose programose numatytas laiko uždavinių sprendimas. Dešimtainės trupmenos Viurtembergo matematikos programoje įvedamas per matavimo vienetus: ilgį, svorį, piniginius vienetus. Lietuviškoje matematikos programoje veiksmai su dešimtainėmis trupmenomis įvedami mokant atlikti veiksmus su dešimtainiais skaičiais (daugyba ir dalyba iš 10, 100 ir 1000, sudėtis ir atimtis). Išmokus atlikti paprasčiausius veiksmus pereinama prie jų vartojimo veiksmuose su matiniais metrinės sistemos skaičiais. Kitos temos yra analogiškos. Abiejose programose pereinama prie skaičių dalumo požymių. Skirtingai – Viurtembergo matematikos programoje planimetrijos uždavinių sprendimas pradedamas III gimnazijos klasėje. Lietuviškoje programoje geometrijos (planimetrijos ir ne tik) kursas yra kiekvienoje klasėje.

II klasėje: Šios klasės kursas nagrinėjamos matematikos programose pradedamas tomis pačiomis temomis. II klasės kursas pradedamas temomis: „Skaičių skaidymas dalikliais. Didžiausias daliklis ir mažiausias kartotinis“. Abiejose programose toliau nagrinėjamos paprastosios trupmenos ir veiksmai su jomis. Bet ir vėl sugrįžtama prie dešimtainių trupmenų mokymo. Mokoma dešimtainis trupmenas pakeisti paprastosiomis ir atvirkščiai (Viurtembergo matematikos programoje III klasėje). Nagrinėjant atskiras temas abiejose programose pabrėžiama, kad uždaviniai turi būti imami iš mokinių aplinkos.

III klasėje. Nagrinėjamos matematikos programos šios klasės matematikos kursai yra labai panašūs. Abiejose matematikos programose numatytas procentų mokymas. Numatyta pelno ir nuostolio, nuolaidų ir palūkanų skaičiavimas, paprastoji ir sudėtinė triskaitė taisyklės. Lietuviškoje matematikos programoje procentų mokymas apima platesnes šių uždavinių panaudojimo sferas: numatytas uždavinių sprendimas apie vekselius ir jų diskontą iš draudimo, ekonomikos, statistikos. Mokiniai pradedami ruošti skaičiavimui bendraisiais skaičiais. Tolimesnėse klasėse šios žinios padės geriau įsisavinti funkcijos sąvoką ir jos taikymus. Neigiami skaičiai Viurtembergo matematikos programoje, taip pat kaip ir lietuviškoje įvedama naudojant skaičių tiesę (pvz. atliekant meteorologinius stebėjimus). Viurtembergo matematikos programoje, taip pat kaip ir lietuviškoje, mokoma atlikti veiksmus su metrinės sistemos skaičiais (pvz. laiko uždaviniai sprendžiami naudojant kalendorinius duomenis ar nagrinėjant traukinių tvarkaraštį). Viurtembergo matematikos mokymo nurodymuose neigiamiems skaičiams įvesti siūloma naudoti gyvenimiškus pavyzdžius: kapitalas ir skola, termometras ir vandens lygio skalė. Mokant geometrijos abiejose programose numatytas modelių konstravimas, žinių taikymas praktikoje, uždavinių, paimtų iš aplinkos sprendimas. Geometrijos mokymas Viurtembergo matematikos programoje pradedamas nuo geometrinių kūnų ir figūrų nagrinėjimo. Susipažinus su šiomis žiniomis pereinama prie brėžimo uždavinių sprendimo. Simetrijai skiriamas nemažas dėmesys abiejose matematikos programose.

IV klasėje. Šios klasės matematikos kursas (lietuviškoje matematikos programoje) pradedamas nuo veiksmų su paprasčiausiomis trupmenomis. IV klasės kursas lietuviškoje matematikos programoje atitinka V klasės matematikos kursą Viurtemberge.

Nagrinėjama proporcija ir jos savybės. Šios savybės taikomos sprendžiant pirmojo laipsnio lygtis su vienu nežinomuoju. Lietuviškoje matematikos programoje šios temos (IV klasėje) nagrinėjamos plačiau. Papildomai įvedama ortogonalioji (Dekarto) koordinatų sistema, grafiškai vaizduojamos pirmojo laipsnio funkcijos, vaizduojami visuomeninio gyvenimo ir gamtos reiškinių grafikai. Geometrijos mokyme lietuviškoje matematikos programoje įvedama aksiomos ir teoremos sąvokos. Daugumą teoremų ir savybių pateikiami su įrodymais. Metodiniuose nurodymuose siūloma ne visoms teorems pateikti įrodymus, mokiniams liepti išmokti ir atsiminti tik tas teoremas, kurios reikalingos geometrinei sistemai kurti.

Nuo VI klasės Vuurtembergo matematikos programoje išskiriama reformuotos gimnazijos (Reformgymnasium) matematikos programa. Šioje gimnazijoje I–V klasės atitinka ankstesnį gimnazijos turinį, pradedant nuo VI klasės šis turinys skiriasi. Šios reformuotos gimnazijos turinį lyginsime su 1929 m. švietimo ministro K.Šakenio patvirtinta matematikos programa aukštesniajai mokyklai su sustiprintu matematikos ir gamtos mokslų dėstymu. Nagrinėjamos programos turi daug panašumų. Juos nagrinėsime.

V klasėje. Šios klasės kursas yra labai panašus į Vuurtembergo reformuotos gimnazijos VI klasės kursą. Abiejose programose kursas pradedamas lygčių sistemų sprendimu. Jų sprendimas numatytas grafiniu būdu. Lygčių sistemų sprendžiamos su dviem ir daugiau lygčių. Numatyta spręsti tik tiesines lygčių sistemas. Vuurtembergo matematikos mokymo metodiniuose nurodymuose pateikiama, kad mokant kursą apie laipsnius ir šaknis reikia pateikti pagrindinių teoremų įrodymus. Abiejose programose atskirai išskiriamas algebros ir geometrijos kursas. Geometrijos mokymo programoje numatyta trikampio panašumo požymių nagrinėjimas. Atskirai išskiriami stačiųjų trikampių lygumo požymiai. Trigonometrinių funkcijų: sinuso, kosinuso, tangento ir kotangento mokymas įvedamas naudojant trikampius. Abiejose programose paminima, kad šių funkcijų sąvoka įvedama apibrėžiant smailiųjų kampų funkcijas (sinuso, kosinuso, tangento ir kotangento). Vuurtembergo matematikos programos metodiniuose nurodymuose pateikiama, kad trigonometrines funkcijas rekomenduojama įvesti geometriniu būdu.

Geometrijos mokyme reikalingos ir algebros žinios. Taisyklingųjų daugiakampių nagrinėjimas numatytas abiejose programose. Programose numatyta: aplink taisyklingą daugiakampį apibrėžtą ir įbrėžtą apskritimų spinduliai, figūrų braižymo uždaviniai. Vuurtembergo matematikos mokymo metodiniuose nurodymuose pabrėžiama, kad mokant braižomosios geometrijos reikia ugdyti projekcinio braižymo pagrindus. Lietuviškoje matematikos programoje numatyta braižyti geometrines figūras tinkančias (reikalingas) atitinkamiems kurso klausimams.

VI klasėje. Lygindami šios klasės matematikos programą su VII klasės Vuurtembergo reformuotos gimnazijos (Reformgymnasium) matematikos programa galime pastebėti, kad ne tik sutampa daugelis temų, tačiau atitinka ir temų pateikimo eiliškumas. Šios klasės algebros kursas pradedamas nuo šaknies sąvokos apibendrinimo bet kokio dydžio sveikiesiems teigiamiems rodikliams Vuurtembergo reformuotoje gimnazijoje nebuvo nagrinėjamos menamosios kvadratinių lygčių šaknys. Nagrinėjamoje lietuviškoje matematikos programoje sprendžiant kvadratinę lygtį numatyta išmokyti surasti ne tik realias, bet ir menamąsias šaknis. Programose galėtume rasti skirtumus įvedant logaritmo sąvoką. Lietuviškoje matematikos programoje pirma numatyta mokyti aritmetinę, geometrinę ir nykstančią begalinę geometrinę progresijas, šių progresijų narių, sumos formules. Po šių temų lietuviškoje matematikos progra-

moje įvedama logaritmo sąvoka, ji įvedama pateikiant dvinaires lygtis. Programoje nurodoma, kad supažindinama su logaritmais kaip skaičiavimo priemone.

Viurtembergo matematikos programoje pirma įvedama logaritmo sąvoka, o tik vėliau nagrinėjamos progresijos. Abiejose programose numatyti praktikoje taikomi sudėtingi nuošimčių skaičiavimo uždaviniai.

Geometrijos mokyme apskritimo ilgis apibrėžiamas kaip apibrėžto ir įbrėžto į apskritimą taisyklingojo daugiakampio perimetro riba. Taip apskritimo ilgio skaičiavimo formulė įvedama tiek nagrinėjamoje lietuviškoje, tiek ir Viurtembergo matematikos programoje.

Abiejose programose (Viurtembergo IX klasėje) numatytas stereometrijos uždavinių sprendimas. Numatyta statmenų, lygiagrečių plokštumų ir jų pjūvių nagrinėjimas. Viurtembergo matematikos metodiniuose nurodymuose aiškinama, kad stereometrijos pagrindinis uždavinys – ugdyti moksleivių gebėjimus vaizduoti erdvinius paviršius, atlikti skaičiavimus. Šiuose nurodymuose siūloma pasigaminti geometrinių kūnų modelius.

Vyresnių klasių kursas (nuo VII lietuviškos matematikos programos klasės) dalyko turinys jau skiriasi. Jis daug sudėtingesnis nagrinėjamoje lietuviškoje matematikos programoje. VII klasėje. Šioje klasėje didžiausias dėmesys skiriamas funkcijai ir jos išvestinei. Išvestinė abiejose nagrinėjamosiose matematikos programose įvedama kaip funkcijos ir jos argumento kitimo santykio riba. Lietuviškoje matematikos programoje išvestinės sąvoka yra plačiau paaiškinama, įvedama tiek geometrinė, tiek mechaninė jos prasmė.

Baigiant Viurtembergo gimnazijos kursą yra praplečiama skaičiaus sąvoka – įvedami kompleksiniai skaičiai. Lietuviškoje matematikos programoje šios klasės kursas pradedamas nuo junginių teorijos ir Niutono binomo formulės. Ši formulė Viurtembergo matematikos programoje įvedama naudojant junginių teoriją. Geometrijos mokyme trigonometrinių funkcijų sąvoka praplečiama bukiems, neigiamiems kampams. Nors Viurtembergo matematikos programoje nėra akcentuojama ar trigonometrinės funkcijos sąvoka praplečiama bet kokio argumento kampams, tačiau šioje programoje minima, kad trigonometrinės funkcijos naudojamos ir bukiems trikampiems.

Abiejose nagrinėjamosiose matematikos programose yra įvedami analizinės geometrijos elementai, diferencialinio ir integralinio skaičiavimo elementai. Viurtembergo matematikos programos metodiniuose nurodymuose pabrėžiama, kad analizinės geometrijos mokymui buvo ruošiamasi braižant funkcijų grafikus. Lietuviškoje matematikos programoje taip pat nemažas dėmesys buvo skiriamas funkcijoms ir jų grafikams vaizduoti.

VIII klasėje. Šios klasės kursas lietuviškoje programoje pradedamas lygiagrečiuoju koordinatų ašių postūmiu ir posūkiu bei analizinės geometrijos kursu. Skirtingai negu Viurtembergo, lietuviškoje matematikos programoje yra įvedama polinė koordinatų sistema, nykstamųjų funkcijų analizė. Abiejose programose (tiek lietuviškoje, tiek Viurtembergo) didelis dėmesys skiriamas funkcijai, jos vaizdavimui. Numatytas funkcijų diferencijavimo ir integravimo mokymas. Viurtembergo matematikos programoje siūloma pradedant funkcijų diferencijavimą apsiriboti sveikųjų racionaliųjų funkcijų diferencijavimu. Mokant diferencijavimo, lietuviškoje matematikos programoje atkreipiamas dėmesys į jo taikymą kreivių liestinei, normalinės kreivės (normalės) radimui bei jų ilgiams reikšti. Funkcijų ekstremumų radimas numatytas abiejose matematikos programose. Jo mokoma prieš pradedant nagrinėti integravimo metodus.

Tiek lietuviškoje, tiek Viurtembergo matematikos programoje numatyta apibrėžtinio integralo taikymų mokymas. Apibrėžtiniai integralai taikomi kreivinių figūrų plotų, sukiniio tūriui surasti. Nagrinėjamos matematikos programose numatytas lankų skaičiavimo uždavinių sprendimas. Viurtembergo matematikos programos metodiniuose nurodymuose nurodoma, kad prieš pateikiant integralo sąvoką, reikia nagrinėti Archimedo priartinimo metodą. Taip pat šiuose nurodymuose pažymima, kad mokant nykstančių funkcijų analizės, reikia visada galvoti apie diferencijavimą ir integravimą.

Galima pastebėti, kad Viurtembergo matematikos programose didelis dėmesys skiriamas matematikos (ypač trigonometrijos) žinių taikymui fizikoje ir kosmografijoje. To laikotarpiu Lietuvoje buvo išskiriamas atskiras dalykas kosmografija.

Viurtembergo matematikos programoje akcentuojamas matematikos pritaikymas praktikoje, ypatingą dėmesį skiriant matematikos pritaikymui fizikoje. Ypatingai tai akcentuojama gimnazijoje ir reformuotoje gimnazijoje. Lietuviškoje matematikos programoje taip pat skiriamas dėmesys žinių taikymui praktikoje, atskirų temų, kurios numatytos programoje, žinios pritaikomos mokantis fizikos. Reformuotos gimnazijos matematikos kurse numatyta suteikti pagrindines mechanikos žinias apie kietus kūnus ir skysčius, mokinius supažindinti apie magnetizmu ir elektra, harmoniniais svyravimais.

### 3 Išvados

1. Atlikus Viurtembergo matematikos programos (1912 m.) analizę, galime teigti, kad programa yra ryškiai įtakota F. Kleino idėjų.
2. 1929 m. analizuota lietuviška matematikos programa turi labai daug panašumų su Viurtembergo matematikos programa.
3. Viurtembergo ir 1929 m. lietuviškoje matematikos programose: pradinių klasių matematikos programoje didelis dėmesys skiriamas mintino skaičiavimo gebėjimų ugdymui; pabrėžiamas žinių pritaikymas praktikoje. Šios matematikos programos panašios tiek savo turiniu, tiek temų pateikimo tvarka. Geometrijos mokyme numatytas modelių konstravimas, brėžimo uždavinių sprendimas. Dauguma teoremų reikalaujama pateikti su įrodymais. Skiriamas didelis dėmesys funkcijoms ir grafikų vaizdavimui, funkcijos diferencijavimui ir integravimui.

### Literatūra

- [1] S. Balčytis. Dėl matematikos dėstymo plano vidurinėj mokykloj. *Lietuvos mokykla*, **1**, 1924.
- [2] P. Mašiotas. Matematikos programas statant. *Lietuvos mokykla*, **6**, 1919.
- [3] Švietimo ministerijos pradedamųjų mokyklų laikinoji programa. Aritmetika. *Mokykla ir gyvenimas*, **10**, 1921.
- [4] Z. Žemaitis. Matematikos programa aukštesniosiose mokyklose. *Pirmosios matematikos ir fizikos mokytojų konferencijos darbai: (1928 m. sausio 3–5d.)*. Klaipėda, 1928.
- [5] Z. Žemaitis. Organizacinės komisijos pirmininko pranešimas. *Pirmosios matematikos ir fizikos mokytojų konferencijos darbai: (1928 m. sausio 3–5 d.)*. Klaipėda, 1928, p. 8.

SUMMARY

**Comparison of intermediate Lithuanian mathematics programs with the 1912 Viurtemberg mathematics program in Germany**

*B. Ragalytė, A. Paukštienė*

The article compares interwar Lithuanian mathematics programs with Württemberg mathematics programs in German land. The influence of Klein's ideas on the content of the programs is presented.

*Keywords:* mathematics program, Klein idea, interwar Lithuanian mathematics.