УДК 519.21

Асимптотические разложения для обобщенного процесса восстановления. Алешкявичене А. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 5—22.

Пусть имеется последовательность $\xi_1, \xi_2, \ldots$ независимых одинаково распределенных случайных величин с невырожденной функцией распределения. Пусть

$$a=\mathbf{M}\xi_1,\quad \sigma^2=\mathbf{D}\xi_1,\quad S_0=0,\quad S_n=\sum_{l=1}^{n}\xi_l,\quad n=1,\,2,\,\ldots,$$

$$\bar{S}_n=\max S_i,\ n=1,\,2,\,\ldots,\quad \bar{F}_n(x)=P\{\bar{S}_n\leqslant x\},\quad N(x)=\max\{n\cdot\bar{S}_n\leqslant x\}.$$

В этой заметке найдены асимптотические разложения для вероятностей $P\{N(x)=n\}$ и для функций распределения $\bar{F}_n(x\sigma\sqrt{n}+an)$ при $n\to\infty$ в случае, когда $a>0$. Библ. 8.

УДК 519.21

Сходимость к логарифмическим законам распределения. Бакштис А. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 23—39.

В работе логарифмические законы распределения распространяются на всю прямую и доказан критерий, когда по предельной функции распределения сумм некоторых независимых случайных величин можно определить предельную функцию распределения произведений независимых случайных величин. Библ. 4.

УДК 519.21

Оценка скорости сходимости в интегральной предельной теореме. Банис И. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 41—46.

Пусть последовательность $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ независимых одинаково распределенных случайных величин удовлетворяет условиям:

а) существует абсолютный псевдомомент $\nu(r)$,

б) $\mu(0)=\ldots=\mu(r-1)=0$, $r=1+[\alpha]$, $\mu(r)$ — псевдомомент и

в) существует абсолютный псевдомомент $\nu(1+\alpha)$,

г) $\mu(0)=\ldots=\mu(r)=0$.

Если выполнены условия а и б, то имеют место оценки:

$$|F_n(x)-G(x)|\leqslant\frac{c\nu(r)}{n^{\frac{r-\alpha}{\alpha}}},\qquad \nu(r)\geqslant 1,$$

$$|F_n(x)-G(x)|\leqslant\frac{c\nu(r)^{\frac{1}{r+1}}}{n^{\frac{r-\alpha}{\alpha}}}\qquad \nu(r)<1,$$

и если выполнены условия в и г, то имеют место оценки:

$$|F_n(x) - G(x)| \leqslant \frac{c\nu(1+\alpha)}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, \qquad \nu(1+\alpha) \geqslant 1,$$

$$|F_n(x) - G(x)| \leqslant \frac{c\nu(1+\alpha)^{\frac{1}{2+\alpha}}}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, \qquad \nu(1+\alpha) < 1.$$

Библ. 5.

УДК 519.21

О слабой сходимости ступенчатых случайных процессов. Банис Р. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 47—53.

Пусть конечномерные распределения сумм

$$X_n(t)=\sum_{r=1}^{k_n} X_{nr}(t),$$

где $X_{nr}(t)$ — независимые бесконечно малые ступенчатые случайные процессы сходятся к соответствующим распределениям пуассоновского процесса $X(t)$. Для сходимости распределений функционалов от $X_n(t)$, непрерывных

УДК 519.24

Об ошибке оценки спектральной функции стационарного процесса. Бенткус Р. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 55—71.

Пусть $X(t)=\{X_k(t)\}_{k=\overline{1,r}}$, где время t может быть как дискретное, $t=0$, $\pm 1, \ldots$, так и непрерывное, $-\infty<t<\infty$, — стационарный в широком смысле измеримый случайный процесс, для которого $X_k(t)\in R^1$ и $\mathbf{E}X(t)=0$. В качестве оценки, построенной по выборке $\{X(t)\}$, $0\leqslant t<T$ объема T, для a priori неизвестной спектральной функции $F_{k_1k_2}(\lambda)$, которая предполагается абсолютно непрерывной, $F_{k_1k_2}(\lambda)=f_{k_1k_2}(\lambda)$, применяется интеграл $\int \varphi(\lambda)\, I^{(T)}_{k_1k_2}(\lambda)d\lambda$, где $\varphi(\lambda)$ — некоторая ограниченная функция $I^{(T)}_{k_1k_2}(\lambda)$ — периодограмма второго порядка, а интегрирование ведется от $-\pi$ до π в случае дискретного времени и от $-\infty$ до ∞ в случае непрерывного времени. В статье рассматривается

УДК 519.21

О центральной предельной теореме в R^k. II. Бикялис А. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 73—84.

Пусть $P_n(A)$ — распределение суммы $S_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{j=1}^{n}\xi_i$ независимых одинаково распределенных k-мерных случайных векторов $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ евклидова пространства R^k. Предположим, что ξ_1 имеет равные нулю математические ожидания и невырожденную матрицу V вторых моментов. Методом характеристических функций получен ряд оценок остаточного члена в многомерной центральной предельной теореме. Например, доказана следующая теорема.

Теорема 2. *Для того, чтобы при $n\to\infty$ равномерно по всем выпуклым борелевским множествам A из R^k имело место соотношение*

$$P_n(A)=P\{\eta\in A\}+O\left(n^{-\frac{\delta}{2}}\right),\quad 0<\delta\leqslant 1,$$

в скороходовской топологии в пространстве функций без разрывов второго рода, достаточно, чтобы для всех $\varepsilon>0$ и $T>0$

$$\lim_{C\to 0} \lim_{n\to\infty} \sup \int_0^T [\Lambda_n(t+c)-\Lambda_n(t-c)\, d\Lambda_n(t)=0,$$

где $\Lambda_n(t)=EX_n(t)$ при $t\geqslant 0$ и $=0$ при $t<0$. Сходимость конечномерных распределений последовательности редеющих процессов влечет сходимость распределений функционалов от этих процессов. Библ. 6.

асимптотическое поведение при $T\to\infty$ первых двух моментов от случайных величин

$$\xi^{(T)}_{k_1k_2}(\varphi)=\sqrt{T}\left[\int \varphi(\lambda)\, I^{(T)}_{k_1k_2}(\lambda)\, d\lambda-\mathbf{E}\int \varphi(\lambda)\, I^{(T)}_{k_1k_2}(\lambda)\, d\lambda\right]$$

и

$$\zeta^{(T)}_{k_1k_2}(\varphi)=\sqrt{T}\left[\int \varphi(\lambda)\, I^{(T)}_{k_1k_2}(\lambda)\, d\lambda-\int \varphi(\lambda) f_{k_1k_2}(\lambda)\, d\lambda\right].$$

Условия теорем накладываются на спектральные плотности первого и третьего порядков. Полученные результаты являются дальнейшим развитием некоторых теорем работ И. А. Ибрагимова (РЖМат, 1964, 8В130) и Д. Р. Бриллингера (РЖМат, 1970, 2В259). Библ. 9.

необходимо и достаточно чтобы было выполнено условие

$$\sup_{|t|=1} \sup_{-\infty<x<\infty} |P\{(\mathbf{S}_n, \mathbf{t})<x\}-P\{(\eta, \mathbf{t})<x\}|=O(n^{-\frac{\delta}{2}}). \quad (1)$$

Здесь $(\mathbf{S}_n, \mathbf{t})$ — скалярное произведение; $|\mathbf{t}|$ — длина вектора $\mathbf{t}$ из R^k; η — k-мерный нормальный случайный вектор с равными нулю математическими ожиданиями и с матрицей V вторых моментов. Условие (1) можно заменить условиями типа И. А. Ибрагимова. Библ. 10.

УДК 519.21

О больших уклонениях сумм случайных величин в случае предельного устойчивого закона. Вайткус П. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 85—97.

Пусть ξ_1, $i=1, 2, \ldots, n$ — последовательность независимых случайных величин с функциями распределения $G_i(x)$, которые принадлежат области нормального притяжения устойчивых законов $G_{\alpha j}(x)$ $(0<\alpha<1,\ \beta=1)$, для которых

$$R_{\alpha i}(h)=\int_{-\infty}^{\infty} \exp\{hx\}\, dG_{\alpha i}(x)=\exp\{-\lambda_j h^{\alpha}\}, \quad \lambda_j>0.$$

Обозначаем $F_n(x)$ и $v_n(x)$ — функцию распределения и плотность нормированной суммы

$$S_n=\frac{\xi_1+\ \ldots\ +\xi_n}{B_n},$$

УДК 513.7

Редукция расслоения $G(G/H,\ H)$ над подмногообразиями пространства G/H. I. Василюс Р. В. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 99—113.

При помощи аппарата „джет-продолжений“ векторных расслоений и главных расслоенных пространств с линейной группой указывается способ построения редукций расслоения $G\ (G/H,\ H)$ над подмногообразиями пространства G/H. Библ. 6.

УДК 519.21

Исследование нестационарных характеристик одного класса однолинейных систем обслуживания. Ивницкий В. А. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 115—128.

Рассматривается класс однолинейных систем обслуживания с марковским входящим потоком без прерывания обслуживания требований. Показано, что преобразование Лапласа основных характеристик этой системы, как-то: нестационарных вероятностей состояний, распределения времени пребывания системы в фиксированном множестве состояний, распределений периода занятости и времени ожидания, являются дробно-рациональными функциями от преобразований Лапласа—Стилтьеса распределений количества работы по обслуживанию требований, их производных, а также констант-параметров входящего потока, скоростей обслуживания. Библ. 8.

где

$$B_n^\alpha = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j;$$

В условиях, что существуют: число $0<B<\infty$ такое, что $R_j(h)<\infty$, когда $0<h<B$, плотности

$$g_j(x)=\frac{dG_j(x)}{dx},$$

константы C_j такие, что $g_j(x) \leqslant C_j < \infty$, $j=1, 2, 3, 4$, и $\lim_{h \uparrow B} \ln R_j(h)=A_j<\infty$, получены асимптотические представления для $\nu_n(x)$ и $1-F_n(x)$, когда $n \to \infty$ равномерно по x из интервала —

$$C \leqslant x < B_n^{-1} \sum_{j=1}^{n} A_j.$$

В случае $1 \leqslant \alpha < 2$, $\beta=1$ большие уклонения рассматривались В. М. Золотаревым (РЖМат, 1963, 5В106) и А. К. Алешкявичене (РЖМат, 1964, 7В35). Библ. 8.

УДК 517.54

Об одном операторе в пространстве аналитических в единичном круге функций. Кирьяцкий Э. Г. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 129—137.

В работе рассматривается оператор

$$L_t f(z) = \frac{f\left(\dfrac{z+t}{1+tz}\right) - f(t)}{(1-t^2) f'(t)}, \qquad |z|<1, \quad -1<t<1,$$

переводящий при любом t, для которого $f'(t) \neq 0$, аналитическую в единичном круге функцию $f(z)$, нормированную условиями $f(0)=0$, $f'(0)=1$ в аналитическую и нормированную функцию.

УДК 517.432.1

Об особых точках функций, представимых рядами Тейлора—Дирихле. Конов В. И. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 139—144.

Рассматриваются ряды Тейлора—Дирихле

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n z^{m_n} e^{-\lambda_n z}, \tag{1}$$

где m_n — положительные числа или нули,

$$\lambda_n > 0, \ \lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{\lambda_n} = 0.$$

Находится число R, зависящее от $\{\lambda_n\}$ и $\{m_n\}$ такое, что во всяком замкнутом круге радиуса R с центром в точке, лежащей на границе области сходимости ряда (1), имеется по крайней мере одна особая точка для суммы ряда (1). Библ. 6.

УДК 513

К теории гиперповерхностей некоторых B-пространств гиперболического типа. Крищюнайте А. Л. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 145—154.

Рассматриваются гиперповерхности с почти контактной метрической структурой гиперболического типа II рода (РЖМат, 1969, 9А466), в пространствах прямых X_4 эллиптического пространства S_3 и в биаффинном пространстве гиперболического типа с B-метрикой $Б_4$, которые являются частными случаями B-пространства гиперболического типа. Найден класс интегрируемых структур, указаны примеры нормальных почти контактных метрических гиперповерхностей в этих пространствах. Выяснен геометрический смысл упомянутых гиперповерхностей в пространстве X_4 с точки зрения линейчатой геометрии пространства S_3. Библ. 6.

УДК 519.21

Асимптотические разложения для плотности суммы многомерных случайных величин, связанных в неоднородную цепь Маркова. Лапинскас Р. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 155—163.

В работе доказаны две теоремы об асимптотических разложениях (одна — при существовании s-ых условий моментов, другая — безусловных), обобщающие одномерные результаты В. Статулявичуса и многомерный случай независимых слагаемых автора. Библ. 6.

УДК 511

К оценке остаточного члена в интегральных асимптотических законах арифметических функций. Манставичюс Э. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 165—172.

В работе рассматриваются классы вещественных аддитивных и мультипликативных арифметических функций, асимптотически распределенных по нормальному закону. Указывается способ для получения оценок остаточного члена для более широких классов арифметических функций. Библ. 5.

УДК 519.21

О некоторых задачах оптимальной остановки для устойчивых случайных процессов. Мацкявичюс В. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 173—180.

Рассматриваются оптимальные правила остановки, когда максимизируются

$$\mathbf{M}\,\frac{u+\zeta(\tau)}{b+\tau} \text{ и } \mathbf{M}\,\frac{u+S_N}{b+N},$$

где $\zeta(t)$, $t\geqslant 0$ — устойчивый процесс с показателем

$$\alpha,\ 1<\alpha\leqslant 2,\ S_n=\sum_{k=1}^{n} X_k,\ n\geqslant 1,$$

X_k — независимые случайные величины с общим распределением, принадлежащим области нормального притяжения устойчивого закона с показателем α, $1<\alpha\leqslant 2$, $\mathbf{M}X_k=0$, $-\infty<u<\infty$, $b>0$. Устанавливается существование и вид оптимальных правил остановки: 1) в дискретном случае $N=\min\{k: u+S_k\geqslant\beta(b+k)\}$, где $\beta(b)$ есть единственное решение уравнения

$$\frac{\beta(b)}{b}=\sup \mathbf{M}\frac{\beta(b)+S_N}{b+N}$$

(sup берется по всем моментам остановки N); 2) в непрерывном случае

$$\tau=\inf\{t: u+\zeta(t)\geqslant\gamma(b+t)^{\frac{1}{\alpha}}\},$$

где γ — константа, не зависящая от u и b, $\beta(b)$ и γ связаны соотношением

$$\lim_{b\to\infty}\frac{\beta(b)}{b^{\frac{1}{\alpha}}}=\gamma.$$

Библ. 5.

УДК 511

Асимптотические разложения для характеристических функций сумм вида $\Sigma\varphi(2^k t)$. Мисявичюс Г. А. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 181—193.

Пусть $\varphi(t)$ — периодическая с периодом 1 функция с

$$\int_0^1 \varphi(t)\,dt=0.$$

Положим

$$S_n=\sum_{j=0}^{n-1}\varphi(T^j t),\quad B_n^2=\int_0^1 S_n^2 dt,\quad f_Z(t)=\int_0^1 e^{itZ(\tau)}d\tau,$$

Z_n — нормированная сумма. Пусть для $\varphi(t)$ выполнены условия: а) существует абсолютный момент порядка $s+\delta$, $s\geqslant 3$ целое число, б) для некоторых A и $j>10$ имеет место

$$\int_0^1 |\varphi(t+h)-\varphi(t)|^2\leqslant A\log^{-\gamma}h^{-1},$$

УДК 519.21

Интегральные теоремы с большими уклонениями для однородных цепей Маркова. Мисевичюс Э. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 195—198.

Для функции распределения сумм случайных величин, связанных в однородную цепь Маркова с положительным коэффициентом эргодичности, исследуются большие уклонения, когда на условное распределение случайной величины налагается условие Ю. В. Линника. Библ. 6.

УДК 519.21

Одна теорема о скорости сходимости к устойчивому закону. Миталаускас А. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 199—206.

Рассматривается последовательность независимых случайных величин $\{\xi_k\}$, $k=1, 2, \ldots$, с функцией распределения $F(x)$. Пусть $G_\alpha(x, \lambda)$ — функция распределения устойчивого закона с характеристическим показателем $\alpha\neq 1$, а

$$F_n(x)=P\left\{n^{-\frac{1}{\alpha}}\sum_{k=1}^{n}\xi_k<x\right\}.$$

Доказывается теорема: *Если*

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^i d\,[F(x)-G_\alpha(x)]=0$$

в) $B_n \to \infty$. Тогда при любом $0<\alpha<\infty$ в интервале

$$|t| \leqslant a \sqrt{\ln\left(1+L_{sn}^{-\frac{1}{s-2}}\right)}$$

имеет место разложение

$$f_{Z_n}(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}\left(1+\sum_{\nu=1}^{s-3} P_{\nu n}(it) L_{sn}^{\frac{\nu-2}{s-2}} + \Theta_\delta^{(1)}(|t|^s+|t|^{3s-2}) L_{sn}\right) + \Theta_\delta^{(2)} |t| L_{sn},$$

где

$$L_{sn} = \left(\int_0^1 |\varphi(t)|^s dt \cdot n \frac{s(s-1)}{\gamma-4+2s}+1\right) B_n^{-s},$$

$P_{\nu n}(it)$ — многочлен относительно it с равномерно относительно n ограниченными коэффициентами. Полученное разложение применяется для оценки остаточных членов в центральной предельной теореме. Библ. 13.

для $i \leqslant m-1$, *и*

$$\nu_m = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^m |d[F(x)-G_\alpha(x)]| < \infty$$

при некотором целом $m \geqslant 1+[\alpha]$, *тогда для всех натуральных* n

$$\sup_x |F_n(x)-G_\alpha(x)| \leqslant c(\alpha, m) \frac{\max\left(\nu_m, \nu_m^{\frac{1}{1+m}}\right)}{n^{\frac{x-\alpha}{\alpha}}}.$$

Библ. 2.

УДК 519.214

Одно многомерное неравенство для больших уклонений. Паулаускас В. И. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 207—212.

Пусть $\xi_i=(\xi_{i1}, \ldots, \xi_{ik})$, $i=1, 2, \ldots, n$, — независимые одинаково распределенные случайные векторы, $M\xi_{ij}=0$, $M\xi_{ij}^2=1$. Рассматривается сумма

$$S_n=\sum_{i=1}^{n} a_i\xi_i,$$

где $a_i\xi_i=(a_{i1}\xi_{i1}, \ldots, a_{ik}\xi_{ik})$, a_{ij} — действительные числа. Обозначим

$$\sigma_i^2=\sum_{j=1}^{n} a_{ji}^2, \quad M\xi_{ij}^m=\lambda_{jm}.$$

УДК 519.21

О нелокальной теореме существования для одномерного квазилинейного параболического уравнения. Сильченко Ю. Т., Соболевский П. Е. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 213—215.

Для справедливости нелокальной теоремы существования смешанной краевой задачи для квазилинейного параболического уравнения второго порядка в общем случае допустим лишь второй порядок роста нелинейности по производной. В статье для одномерных уравнений найдены односторонние ограничения на нелинейность, которые позволяют доказать нелокальную теорему для нелинейности, имеющую третий порядок роста по производной. Библ. 4.

УДК 533.59

Некоторые точные решения уравнения Больцмана. Скакаускас В. И. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 217—220.

В заметке показано, что для любых сферически симметричных молекул с потенциалом взаимодействия

$$U(p)=\frac{\varkappa p^{1-s}}{s-1}$$

решениям $f(t, u^2)$ и $f(t, \mathbf{u})$ однородного нестационарного уравнения Больцмана соответствуют решения $f[T, a(\mathbf{u}-\mathbf{v})^2]$ и $f[T, a(\mathbf{u}-\mathbf{v}^*)]$ неоднородного нестационарного уравнения Больцмана и что каждому решению нестационарного неоднородного уравнения Больцмана $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{u})$ соответствует решение $f[T, \xi, a(\mathbf{u}-\mathbf{v}^*)]$ того же уравнения. Найден явный вид функции $a(t)$, $T(t)$, $\mathbf{v}(t, \mathbf{r})$, $\mathbf{v}^*(t, \mathbf{r})$, $\xi(t, \mathbf{r})$, где $\mathbf{v}$ — макроскорость газа. Библ. 3.

В заметке, которая является дополнением и обобщением для многомерного случая результата Данейджа [1], доказаны две теоремы, в следствиях из которых для ограниченных случайных векторов приведены оценки типа Бернштейна—Колмогорова. Библ. 7.

УДК 513.7

О пространстве опорных линеаров финслеровой структуры. Шинкунас Ю. «Литовский математический сборник», 1972, XII, № 1, 221—227.

Пространство опорных линеаров $L_{n,x}$ [1], на котором дано поле скалярной функции F, называется пространством опорных линеаров финслеровой структуры $\mathcal{F}_{n,v}$. При помощи F и ее частичных продолжений строится объект общей аффинной связности этого пространства. Рассмотрены всевозможные случаи такого построения и исследованы некоторые свойства полученной связности. Библ. 3.