

1970

УДК-519.21

### АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ДЛЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ БОЛЬШИХ УКЛОНЕНИЙ СУММ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН, СВЯЗАННЫХ В ЦЕПЬ МАРКОВА

Л. И. САУЛИС, В. А. СТАТУЛЯВИЧУС

Рассматриваются случайные величины

$$X_1, X_2, \dots, X_n, \quad (1)$$

связанные в цепь Маркова  $\{\xi(t), t=1, \dots, n\}$  с  $n$  моментами времени, пространствами состояний  $\Omega_k$  в  $k$ -ый момент времени с выделенными на них  $\sigma$ -алгебрами  $F_k$  подмножеств множества  $\Omega_k$ , переходными вероятностями  $P_k(\omega, A)$  из  $\omega \in \Omega_{k-1}$  в множество  $A \in F_k, k=1, \dots, n$ , начальным распределением вероятностей  $P(A), A \in F_1$ , и коэффициентом эргодичности

$$\alpha^{(n)} = 1 - \max_{1 \leq k \leq n} \sup_{\omega, \tilde{\omega}, A} |P_k(\omega, A) - P_k(\tilde{\omega}, A)|$$

Основное пространство исходов процесса  $\xi(t)$  обозначим  $\Omega = (\Omega_1 \times \dots \times \Omega_n)$ ,  $\sigma$ -алгебру состояний  $F = (F_1 \times \dots \times F_n)$  и  $\sigma$ -алгебру состояний процесса в  $k$ -ый момент времени, состоящую из множеств вида

$$\tilde{A}_k = \Omega_1 \times \dots \times \Omega_{k-1} \times A_k \times \Omega_{k+1} \times \dots \times \Omega_n, \quad A_k \in F_k,$$

обозначим  $F_k$ . Будем предполагать, что  $X_k$  обладают конечными дисперсиями  $\mathbf{D}X_k$ , а  $\mathbf{M}X_k = 0, k=1, \dots, n$ .

Положим

$$S_n = \sum_{k=1}^n X_k, \quad B_n^2 = \mathbf{D}S_n, \quad Z_n = \frac{S_n}{B_n},$$

$$F_{Z_n}(x) = \mathbf{P}\{Z_n < x\}, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy,$$

$$p_x(y) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{y^2}{2}}}{\int_x^\infty e^{-\frac{y^2}{2}} dy}, & y \geq x, \\ 0 & y < x, \end{cases}$$

$$\mu_{x,k} = \int_{-\infty}^{\infty} y^k p_x(y) dy,$$

$$\omega_k(x) = \sum_{l=0}^k (-1)^l \binom{k}{l} x^l \mu_{x, k-l}.$$

**Теорема 1.** Если с вероятностью 1 случайные величины  $|X_k| \leq C^{(n)} < \infty$ ,  $k=1, \dots, n$ ,  $\alpha^{(n)} > 0$ , существуют условные плотности  $p_{X_k}(x | \bar{F}_{k-1})$  и с вероятностью 1

$$p_{X_i}(x | \bar{F}_{i-1} \times \bar{F}_{i+1}) \leq C_i < \infty, \quad i=1, 3, 5, 7,$$

$$p_{X_k}(x | \bar{F}_{k-1}) \leq C_k \leq \infty, \quad k=9,$$

и

$$\frac{1}{\ln \Delta_n} \frac{\alpha^{(n)*}}{C^{(n)*}} \sum_{k=9}^n \frac{1}{C_k^2} \rightarrow \infty \quad (n \rightarrow \infty), \quad (2)$$

тогда в интервале  $1 \leq x = O(\Delta_n)$  при  $n \rightarrow \infty$  для любого целого  $s \geq 3$  имеет место соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1 - F_{Z_n}(x)}{1 - \Phi(x)} &= \exp \left\{ \frac{x^2}{\Delta_n} \lambda \left( \frac{x}{\Delta_n} \right) \right\} \left( 1 + \right. \\ &+ \left. \sum_{v=1}^{s-3} \frac{x^v N_{vn}(x) + K_{vn}(x)}{\Delta_n^v} + O \left( \left( \frac{x}{\Delta_n} \right)^{s-2} \right) \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь

$$\Delta_n = \frac{\alpha^{(n)} B_n}{H_2 C^{(n)}}, \quad H_2 > 0 - \text{абсолютная константа,}$$

$$N_{vn}(x) = \sum_{\lambda^{(1)} + \dots + \lambda^{(q)} = v} \frac{1}{q!} \prod_{p=1}^q (-c_{\lambda^{(p)}}) x^q \omega_q(x) = O(1)$$

для

$$v=2, \dots, s-3, \quad N_{1n}(x) = 0,$$

$$\begin{aligned} K_{vn}(x) &= \sum_{l=1}^v \sum_{m=0}^{\lfloor \frac{3l}{2} \rfloor} c_{ml, v-l, n} x^{v-l} \omega_{3l-2m}(x) + \\ &+ \sum_{j=1}^{v-2} \sum_{l=1}^v \sum_{m=0}^{\lfloor \frac{3l}{2} \rfloor} \sum_{\lambda^{(1)} + \dots + \lambda^{(q)} = v-j} \frac{1}{q!} \prod_{p=1}^q (-c_{\lambda^{(p)}}) c_{ml, v-l, n} x^{v-l+q} \omega_{3l-2m+q}(x), \end{aligned}$$

$c_{\lambda^{(p)}}_n$  и  $c_{ml, v-l, n}$  — коэффициенты, зависящие от семинвариантов случайной величины  $S_n$  и ограниченные относительно  $n$ ,

$\lambda(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k t^k$  — степенной ряд Крамера, сходящийся при достаточно малых значениях  $|t|$ .

**Теорема 2.** Если с вероятностью 1 случайные величины  $|X_k| \leq C^n < \infty$ ,  $k=1, 2, \dots, n$ , существуют условные плотности  $p_{X_k}(x | \bar{F}_{k-1})$  и с вероятностью 1

$$p_{X_i}(x | \bar{F}_{i-1} \times \bar{F}_{i+1}) \leq C_i < \infty, \quad i=1, 3, 5, 7,$$

$$p_{X_k}(x | \bar{F}_{k-1}) \leq C_k \leq \infty, \quad k=9, \dots, n, \quad \alpha^{(n)} > 0,$$

тогда в интервале  $1 \leq x \leq \frac{\delta \Delta_n}{3}$ ,  $\delta < \bar{\delta}_{H_1}$ , для любого целого  $s \geq 3$  имеет место соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1 - F_{Z_n}(x)}{1 - \Phi(x)} &= \exp \left\{ \frac{x^3}{\Delta_n} \lambda \left( \frac{x}{\Delta_n} \right) \right\} \left( 1 + \right. \\ &+ \sum_{v=1}^{s-3} \frac{x^v N_{vn}(x) + K_{vn}(x)}{\Delta_n^v} + O \left( \left( \frac{x}{\Delta_n} \right)^{s-2} \right) + \\ &+ \frac{24 \sqrt{2\pi} C^{(n)2} x}{3c^2 \alpha^{(n)2} \bar{B}_n^{02}(h)} \exp \left\{ - \frac{c^2 \alpha^{(n)2}}{12 C^{(n)2}} \bar{B}_n^{02}(h) \right\} + \\ &+ \frac{384 2\pi \alpha^{(n) - \frac{1}{2}} e^{\frac{2\delta}{H_1} C^{(n)2} x}}{\bar{B}_n^0(h)} \prod_{i=1}^4 C_{2i-1}^{\frac{1}{4}} \exp \left\{ - \frac{\alpha^{(n)} e^{-\frac{4\delta}{H_1}}}{16 \cdot 32 \cdot 36 C^{(n)2}} \sum_{k=9}^n \frac{1}{C_k^2} \right\} \Big) \end{aligned}$$

Здесь

$$\bar{B}_n^{02}(h) = \inf_{k=1}^n \mathbf{D} \{ X_k(h) | \tilde{F}_{k-1} \} \geq \frac{e^{-\frac{4\delta}{H_1}}}{12} \sum_{k=9}^n \frac{1}{C_k^2},$$

$0 < \delta < \min \left( \frac{1}{2}, \delta_{H_1} \right)$  определяется из уравнения

$$\bar{\delta} = \frac{\delta(1+\delta)}{2}, \quad \rho = \frac{6H_1 \delta}{(1-\delta)^3}, \quad \bar{\delta}_{H_1} = \frac{\delta_{H_1}(1+\delta_{H_1})}{2},$$

$\delta_{H_1}$  — действительный корень уравнения  $\rho=1$ ,  $H_1$  и  $H_2$  — абсолютные положительные константы,

$\lambda(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k t^k$  — степенной ряд Крамера, сходящийся при  $|t| < \bar{\delta}_{H_1}$ , причем

$$|\lambda_k| \leq \frac{\delta_{H_1}}{(k+3) \bar{\delta}_{H_1}^{k+2}}$$

Заметим, что

$$\bar{\delta}_{H_1} \geq \frac{1}{1 + 14,55 \max \{ H_1, H_1^{\frac{1}{3}} \}}$$

Пусть  $\varphi_{S_n}(z) = \mathbf{M} e^{z S_n}$ ,  $\Gamma_k \{ S_n \}$  — семинвариант порядка  $k$  случайной величины  $S_n$ .

Следуя Г. Крамеру [2], для любого  $0 \leq h < \frac{\Delta_n}{B_n}$  ( $\Delta_n$  определим позже) имеем

$$1 - F_{Z_n}(x) = e^{i n \varphi_{S_n}(h) - h M_n(h)} \int_0^{\infty} e^{-h B_n(h) y} d F_{Z_n}(h)(y),$$

где функция распределения  $F_{Z_n}(h)(y)$  случайной величины

$$Z_n(h) = \frac{S_n(h) - M_n(h)}{B_n(h)}, \quad S_n(h) = \sum_{j=1}^n X_j(h), \quad B_n^2(h) = D S_n(h)$$

определяется соотношением

$$dF_{Z_n(h)}(y) = \frac{e^{hy} dF_{Z_n}(y)}{\varphi_{S_n}(h)}$$

Здесь

$$x = \frac{M_n(h)}{B_n}, \quad M_n(h) = \frac{d}{dh} \ln \varphi_{S_n}(h) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\Gamma_k \{S_n\} h^{k-1}}{(k-1)!},$$

$$B_n^2(h) = \frac{d^2}{dh^2} \ln \varphi_{S_n}(h) = \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\Gamma_k \{S_n\} h^{k-2}}{(k-2)!} \quad (4)$$

Для получения асимптотического разложения для вероятностей больших уклонений необходимо иметь асимптотическое разложение функции распределения  $F_{Z_n(h)}(y)$ .

**Лемма 1.** Если с вероятностью 1

$$|X_k| \leq C^{(n)}, \quad k=1, 2, \dots, n, \quad \alpha^{(n)} > 0,$$

то существуют абсолютные константы  $H_1 > 0$ ,  $H_2 > 0$  такие, что

$$|\Gamma_k \{S_n\}| \leq \frac{k! H_1 H_2^{k-2} C^{(n)k-2} B_n^2}{\alpha^{(n)k-2}} = \frac{k! H_1 B_n^k}{\Delta_n^{k-2}} \quad (5)$$

где

$$\Delta_n = \frac{\alpha^{(n)} B_n}{H_1 C^{(n)}}, \quad k=2, 3,$$

Доказательство леммы см. [7], стр. 200.

**Лемма 2.** Если с вероятностью 1

$$|X_k| \leq C^{(n)}, \quad k=1, \dots, n, \quad \alpha^{(n)} > 0,$$

то для любого целого  $s \geq 3$  в интервале

$$|t| \leq \left(\frac{1}{2} - \delta\right) \frac{B_n(h)}{B_n} \Delta_n, \quad 0 < \delta < \min\left(\frac{1}{2}, \delta_H\right)$$

имеет место следующее асимптотическое разложение:

$$f_{Z_n}(h)(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \left( 1 + \sum_{v=1}^{s-3} \sum_{l=1}^v \frac{P_{l,v-l,n}(it) x^{v-l}}{\Delta_n^v} + \right.$$

$$\left. + O\left(\frac{|t|^{s+|t|^3(s-3)}}{\Delta_n^{s-2}}\right) + O\left(\frac{\sum_{v=1}^{s-3} \sum_{l=1}^v |t|^{v+2l} x^{s-2-v}}{\Delta_n^{s-2}}\right) \right),$$

где

$$P_{l,v-l,n}(it) = \sum_{r=1}^l d_{l,v-l,n}(it)^{l+2r} - \text{многочлены степени } 3l \text{ с равномер-}$$

но относительно  $n$  ограниченными коэффициентами  $d_{l,v-l,n}$ .

Доказательство. Для характеристической функции  $f_{Z_n(h)}(t)$  функции распределения  $F_{Z_n(h)}(y)$  имеем

$$f_{Z_n(h)}(t) = \frac{\varphi_{S_n}\left(h + \frac{it}{B_n(h)}\right)}{\varphi_{S_n}(h)} e^{-it \frac{M_n(h)}{B_n(h)}}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \ln f_{Z_n(h)}(t) &= -it \frac{M_n(h)}{B_n(h)} + \ln \varphi_{S_n}\left(h + \frac{it}{B_n(h)}\right) - \ln \varphi_{S_n}(h) = \\ &= -\frac{t^2}{2} + \sum_{k=3}^{s-1} \frac{\Gamma_k\{S_n(h)\}}{k!} \left(\frac{it}{B_n(h)}\right)^k + \left(\frac{d^s}{dz^s} \ln \varphi_{S_n}(z)\right)_{z=h+\frac{it}{B_n(h)}} \frac{|t|^s}{s! B_n^s(h)} \end{aligned}$$

Вспомнив (5), имеем:

$$\begin{aligned} \left| \frac{d^s}{dz^s} \ln \varphi_{S_n}(z) \right| &= \left| \sum_{k=s}^{\infty} \frac{\Gamma_k\{S_n\} z^{k-s}}{(k-s)!} \right| \leq \\ &\leq \sum_{k=s}^{\infty} \frac{k! H_1 B_n^k}{\Delta_n^{k-2}} \cdot \frac{|z|^{k-s}}{(k-s)!} = \\ &= \frac{H_1 B_n^s}{\Delta_n^{s-2}} \sum_{k=s}^{\infty} k(k-1) \cdot (k-(s-1)) \left(\frac{B_n |z|}{\Delta_n}\right)^{k-s} = \\ &= \frac{H_1 B_n^s}{\Delta_n^{s-2}} \frac{s!}{\left(1 - \frac{B_n |z|}{\Delta_n}\right)^{s+1}}, \quad \text{при} \end{aligned}$$

$|z| < \frac{\Delta_n}{B_n}$  Пусть в дальнейшем  $|z| \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta_n}{B_n}$

Тогда

$$\left| \frac{d^s}{dz^s} \ln \varphi_{S_n}(z) \right| \leq \frac{s! 2^{s+1} H_1 B_n^s}{\Delta_n^{s-2}} \tag{6}$$

Далее,

$$\begin{aligned} \Gamma_s\{S_n(h)\} &= \left| \sum_{k=s}^{\infty} \frac{\Gamma_k\{S_n\} h^{k-s}}{(k-s)!} \right| = \frac{\Theta H_1 B_n^s}{\Delta_n^{s-2}} \times \\ &\times \sum_{k=s}^{\infty} k(k-1) \cdot (k-(s-1)) \left(\frac{B_n h}{\Delta_n}\right)^{k-s} = \frac{\Theta H_1 s! B_n^s}{(1-\delta)^{s+1} \Delta_n^{s-2}}, \end{aligned} \tag{7}$$

при  $0 \leq h \leq \delta \frac{\Delta_n}{B_n}$ ,  $0 < \delta < \frac{1}{2}$  Отсюда

$$\left| \frac{\Gamma_k\{S_n(h)\}}{B_n^k(h)} \right| \leq \frac{k! H_1 B_n^k}{(1-\delta)^{k+1} B_n^k(h)} \cdot \frac{1}{\Delta_n^{k-2}}, \tag{8}$$

$$\begin{aligned} B_n^2(h) &= \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\Gamma_k\{S_n\} h^{k-2}}{(k-2)!} = B_n^2 + \sum_{k=3}^{\infty} \frac{\Gamma_k\{S_n\} h^{k-2}}{(k-2)!} = \\ &= B_n^2 (1 + \Theta \rho), \quad \rho = \frac{6H_1 \delta}{(1-\delta)^3}, \quad |\Theta| \leq 1. \end{aligned}$$

Пусть  $\delta_{H_1}$  действительный корень уравнения  $\rho = 1$ . Тогда  $0 < \delta < \min\left(\frac{1}{2}, \delta_{H_1}\right)$ . Имея оценки (6), (7) и (8) и дословно повторяя выкладки леммы 1 (см. [5]), получаем, что

$$f_{Z_n}(h)(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \left( 1 + \sum_{k=1}^{s-3} \frac{P_{khn}(it)}{\Delta_n^k} + O\left(\frac{|t|^{s+1} |t|^{2(s-2)}}{\Delta_n^{s-2}}\right) \right), \quad (8')$$

при  $|t| \leq \left(\frac{1}{2} - \delta\right) \frac{B_n(h)}{B_n} \Delta_n$ , где

$$P_{vhn}(it) = \sum_{i=1}^v c_{ivn}(h) (it)^{v+2i},$$

$$c_{ivn}(h) = \frac{\Delta_n^v}{i! B_n^{v+2i}(h)} \sum_{\substack{v_1, \dots, v_j \geq 3 \\ v_1 + \dots + v_j = v+2i}} \prod_{i=1}^j \frac{\Gamma_{v_i}\{S_n(h)\}}{v_i!} =$$

$$= \frac{\Delta_n^v}{i!} \sum_{\substack{v_1, \dots, v_j \geq 3 \\ v_1 + \dots + v_j = v+2i}} \prod_{i=1}^j \frac{\lambda_{v_i n}(h)}{v_i! \Delta_n^{v_i-2}}, \quad \lambda_{kn}(h) = \frac{\Gamma_k\{S_n\}}{B_n^k(h)} \Delta_n^{k-2} \quad (9)$$

Заметим, что (см. [3])

$$P_{vhn}(\omega) = \frac{\lambda_{v+s,n}(h)}{(v+2)!} \omega^{v+2} + \sum_{r=1}^{v-1} \frac{\lambda_{v-r+2}(h)(v-r)}{v(v-r+2)!} \omega^{v-r+2} P_{rhn}(\omega).$$

Далее,

$$\lambda_{vn}(h) = \frac{\sum_{k=v}^{\infty} \frac{\Gamma_k\{S_n\} h^{k-v}}{(k-v)!}}{\left(\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\Gamma_k\{S_n\} h^{k-2}}{(k-2)!}}\right)^v \Delta_n^{v-2}}.$$

Раскладывая  $\lambda_{vn}(h)$  в ряд по степеням  $\frac{x}{\Delta_n}$ , получаем, что

$$P_{vhn}(\omega) = P_{v0n}(\omega) + \sum_{k=1}^j P_{vkn}(\omega) \left(\frac{x}{\Delta_n}\right)^k + \sum_{k=j+1}^{\infty} P_{vkn}(\omega) \left(\frac{x}{\Delta_n}\right)^k$$

Имея оценку (8) и выражение (9), находим, что

$$|\lambda_{kn}(h)| \leq \frac{k! H_1}{(1-\delta)^{k+1} (1+\Theta_F)^k}$$

Тогда

$$P_{vhn}(\omega) = P_{v0n}(\omega) + \sum_{k=1}^j P_{vkn}(\omega) \left(\frac{x}{\Delta_n}\right)^k + \Theta_j(v, \delta, H_1) \sum_{r=1}^v |\omega|^{v+2r} \left(\frac{x}{\Delta_n}\right)^{j+1}$$

Подставляя последнее равенство в (8'), окончательно получаем

$$f_{Z_n(h)}(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \left( 1 + \sum_{v=1}^{s-3} \sum_{l=1}^v \frac{P_{l,v-l,n}(it) x^{v-l}}{\Delta_n^v} + \right. \\ \left. + O\left(\frac{|t|^s + |t|^3(s-2)}{\Delta_n^{s-2}}\right) + O\left(\frac{\sum_{v=1}^{s-3} \sum_{r=1}^v |t|^{v+2r} x^{s-2-v}}{\Delta_n^{s-2}}\right) \right),$$

при  $|t| \leq \left(\frac{1}{2} - \delta\right) \frac{B_n(h)}{B_n} \Delta_n$ . Здесь под символом  $O$  понимается постоянная, зависящая от  $s$ ,  $\delta$  и  $H_1$ .

**Лемма 3.** Пусть существуют условные плотности  $p_{X_k}(x | \tilde{F}_{k-1})$  и с вероятностью 1

$$p_{X_i}(x | \tilde{F}_{i-1} \times \tilde{F}_{i+1}) \leq C_i < \infty, \quad i=1, 3, 5, 7,$$

$$p_{X_k}(x | \tilde{F}_{k-1}) \leq C_k < \infty, \quad k=9,$$

$$\alpha^{(n)} > 0$$

$$\frac{1}{\ln \Delta_n} \frac{\alpha^{(n)^3}}{C^{(n)^3}} \sum_{k=9}^n \frac{1}{C_k^2} \rightarrow \infty \quad (n \rightarrow \infty).$$

Тогда для любого целого  $s \geq 3$

$$F_{Z_n(h)}(y) = \Phi(y) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \sum_{v=1}^{s-3} \sum_{l=1}^v \frac{Q_{l,v-l,n}(y) x^{v-l}}{\Delta_n^v} + O\left(\frac{x^{s-3}}{\Delta_n^{s-2}}\right)$$

Здесь

$$Q_{l,v-l,n}(y) = \sqrt{2\pi} e^{\frac{y^2}{2}} P_{l,v-l,n}(-\Phi(y)) - \text{многочлены от } y, \text{ а}$$

$$P_{l,v-l,n}(-\Phi(y)) = \sum_{r=1}^l (-1)^{l+2r} d_{r,l,v-l,n} \frac{d^{l+2r}}{dy^{l+2r}} \Phi(y).$$

Доказательство леммы см. в [9].

Имея асимптотическое разложение для  $F_{Z_n(h)}(y)$  и дословно следуя доказательству (см. [8]) получаем утверждение теоремы 1.

Институт физики и математики  
Академии наук Литовской ССР

Поступило в редакцию  
13.X.1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, Предельные распределения для сумм независимых случайных величин, М., Гостехиздат, 1949.
2. Г. Крамер, Об одной новой предельной теореме теории вероятностей, Успехи матем. наук, **Ж** (1944), 166–178.
3. В. В. Петров, О некоторых полиномах, встречающихся в теории вероятностей, Вестник ЛГУ, № 19 (1962), 150–153.

4. В. В. Петров, Асимптотическое поведение вероятностей больших уклонений, Теория вероятн. и ее примен., XIII, 3 (1968), 432–444.
5. В. А. Статулявичус, Об асимптотическом разложении характеристической функции сумм независимых случайных величин, Лит. матем. сб., II, 2 (1962).
6. В. А. Статулявичус, Предельные теоремы для плотностей и асимптотические разложения для распределений сумм независимых случайных величин, Теория вероятн. и ее примен., 10, 4 (1965), 645–659.
7. В. А. Статулявичус, Докторская диссертация, Вильнюс, 1968.
8. Л. И. Саулис, Асимптотическое разложение для вероятностей больших уклонений, Лит. матем. сб., IX, 3 (1969).
9. Л. И. Саулис, Асимптотические разложения для вероятностей больших уклонений, Кандидатская диссертация, Вильнюс, 1970, стр. 145.

**ATSITIKTINIŲ DYDŽIŲ, SURIŠTŲ Į MARKOVO GRANDINĖ,  
DIDŽIŲJŲ NUKRYPTIMŲ ASIMPTOTINIS DĖSTINYS**

L. SAULIS, V. STATULEVIČIUS

(Reziumė)

Straipsnyje nagrinėjami atsitiktiniai dydžiai, surišti į Markovo grandinę, ir gaunamas didžiųjų nukrypimų asimptotinis išdėstymas.

**ASYMPTOTIC EXPANSIONS FOR THE PROBABILITIES OF LARGE DEVIATIONS FOR SUMS OF RANDOM VARIABLES RELATED TO A MARKOV CHAIN**

L. SAULIS, V. STATULEVIČIUS

(Summary)

The paper deals with the sequence of random variables

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

related to a Markov chain  $\{\xi(t), t=0, 1, \dots, n\}$  with  $(n+1)$  moments of time,  $\Omega_k$  is the state space at the  $k$ -th moment with  $\sigma$ -algebra of subsets  $F_k$ ;  $P_k(\omega, A)$  is the transition probability at the  $k$ -th moment,  $P(A)$ ,  $A \in F_0$  initial distribution and

$$\alpha^{(n)} = 1 - \max_{1 \leq k \leq n} \sup_{\omega, \tilde{\omega}, A} |P_k(\omega, A) - P_k(\tilde{\omega}, A)|$$

are ergodicity coefficients.

Let

$$S_n = \sum_{j=1}^n X_j, \quad B_n^2 = DS_n, \quad Z_n = \frac{S_n}{B_n},$$

$$F_{Z_n}(x) = P\{Z_n < x\}, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

The asymptotic expansions for the quotient  $\frac{1 - F_{Z_n}(x)}{1 - \Phi(x)}$  are obtained.