IX LIETUVOS MATEMATIKOS RINKINYS 4
ЛИТОВСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СБОРНИК

1969

УДК–519.21

ОБ ОЦЕНКЕ ОСТАТОЧНОГО ЧЛЕНА В МНОГОМЕРНОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ ТЕОРЕМЕ ПРИ СХОДИМОСТИ К УСТОЙЧИВОМУ ЗАКОНУ

И. И. Банис

В этой работе рассматривается последовательность случайных независимых двумерных одинаково распределенных векторов

$$(\xi_1, \eta_1), \ (\xi_2, \eta_2), \ \ldots \tag{1}$$

В дальнейшем исследуем нормированные суммы вида

$$S_n = \left(\frac{1}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \sum_{k=1}^{n} \xi_k, \ \frac{1}{n^{\frac{1}{\alpha}}} \sum_{k=1}^{n} \eta_k \right). \tag{2}$$

Пусть $F(x, y)$ – функция распределения вектора (ξ_k, η_k), $f(s, t)$ – его характеристическая функция. Пусть существуют абсолютные псевдомоменты:

$$\nu_{1,0}(r) = \int\int |x|^r \, |\Omega(dx, dy)|, \tag{3}$$

$$\nu_{0,1}(r) = \int\int |x|^r \cdot |\Omega(dx, dy)|, \tag{4}$$

$$\nu_{11}(r) = \int\int |xy| \cdot |\Omega(dx, dy)|. \tag{5}$$

Введем следующие обобщения:

$$\mu_{10}(j) \int\int x^j \Omega(dx, dy), \tag{3}$$

$$\mu_{10}(j) = \int\int y^j \Omega(dx, dy), \tag{4}$$

$$\nu_{11}\left(\tfrac{\alpha}{2}\right) = \int\int |xy|^{\frac{\alpha}{2}} \, |\Omega(dx, dy)|. \tag{5}$$

Будем считать, что

$$\mu_{10}(1) = 0, \tag{3}$$

$$\mu_{01}(1) = 0. \tag{4}$$

В данном случае $\Omega(x, y) = F(x, y) - G(x, y)$, $r = 1 + [\alpha]$, $G(x, y)$ – функция распределения устойчивого закона с показателем α, $\alpha \neq 1$, $(0 < \alpha < 2)$, $g(s, t)$ – характеристическая функция того же закона распределения и

$$g(s, t) = e^{-c'(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}, \ c' > 0, \tag{7}$$

где c' – абсолютная постоянная.

Введем коэффициент ρ:

$$\rho=\frac{\nu_{11}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\nu_{10}(\alpha)\cdot\nu_{01}(\alpha)\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{8}$$

В работе [1] доказана следующая теорема.

Теорема. *При любом* $T>0$

$$\sup|F(x,y)-\Phi(x,y)| \leqslant \frac{2}{(2\pi)^2}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}\left|\frac{\hat f(s,t)-\hat g(s,t)}{st}\right|ds\,dt+$$

$$+2\sup|F(x,\infty)-\Phi(x,\infty)|+2\sup|F(\infty,y)-\Phi(\infty,y)|+\frac{2(A_1+A_2)}{T}\times$$

$$\times(3\sqrt{2}+4\sqrt{3}), \tag{9}$$

где

$$\hat f(s,t)=f(s,t)-f(s,0)f(0,t),$$

$$\hat g(s,t)=g(s,t)-g(s,0)g(0,t),$$

$$A_1=\sup_{x,y}\frac{\partial\Phi(x,y)}{\partial x}, \qquad A_2=\sup_{x,y}\frac{\partial\Phi(x,y)}{\partial y}.$$

В данной работе получена оценка остаточного члена при использовании (9). Для этого необходимо изучение следующих функций:

$$f^n\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)-\left(f\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},0\right)f\left(0,\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^n, \tag{10}$$

$$g^n\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)-\left(g\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},0\right)g\left(0,\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^n. \tag{11}$$

В целях краткости введем следующие обозначения:

$$f\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)=a, \qquad f\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},0\right)f\left(0,\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)=b,$$

$$g\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)=c, \qquad g\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},0\right)g\left(0,\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)=d.$$

Тогда можем записать:

$$(a^n-b^n)-(c^n-d^n)=(a-b)(A-B)+[(a-b)-(c-d)]B, \tag{12}$$

где

$$A=a^{n-1}+a^{n-2}b+\ldots+b^{n-1}$$

и

$$B=c^{n-1}+c^{n-2}d+\ldots+d^{n-1}.$$

Теорема 1. *Пусть для последовательности* (1) *с функциями распределения* $F(x, y)$ *выполняются условия* (3), (4), (5), (3″), (4″) *и* $\rho<1$, *тогда*

$$\sup_{x, y}|F_n(x, y)-G(x, y)|\leqslant\frac{C_7}{n^{\frac{r-\alpha}{r\alpha}}}, \tag{13}$$

где $C_7=C_7(\alpha, r, \rho)$.

Для доказательства теоремы воспользуемся следующими леммами.

Лемма 1. *Если выполнены условия* (3), (4), (5), (3″), (4″), *то для всех значений* s *и* t

$$|a-b|\leqslant\frac{C_1|s||t|}{n}\left(|s|^{\frac{\alpha}{2}-1}|t|^{\frac{\alpha}{2}-1}+|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+\right.$$

$$\left.+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+1\right) \tag{14}$$

и

$$|(a-b)-(c-d)|\leqslant\frac{C_1|s||t|}{n^{1+\frac{1}{\alpha}}}\left(|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+\right.$$

$$\left.+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+1\right) \text{ при } \alpha\ (0<\alpha<1), \tag{15}$$

$$|(a-b)-(c-d)|\leqslant\frac{C_1|s||t|}{n^{\frac{2}{\alpha}}}\left(|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+\right.$$

$$\left.+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+1\right) \text{ при } \alpha\ (1<\alpha<2). \tag{15′}$$

Лемма 2. *В области* D *при* $n\geqslant 2$ *получаются следующие оценки*:

$$|A-B|\leqslant 2\Theta(r)C_2 n^{\frac{2\alpha-r}{\alpha}}(|s|^r+|t|^r)e^{-\frac{C_6(1-\rho)}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}} \tag{16}$$

и

$$B\leqslant ne^{-\frac{c'}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}, \tag{17}$$

где область D:

$$|s|^r+|t|^r\leqslant 2T^r, \qquad T=n^{\frac{r-\alpha}{\alpha r}}(4C_2)^{-\frac{1}{r}}.$$

Доказательство леммы 1. Обозначим $u=\dfrac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}}$, $v=\dfrac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}$.

Тогда

$$|a-b|=|g(u, v)-g(u, 0)g(0, v)+\omega(u, 0)\left(1-g(0, v)\right)+$$

$$+\omega(0, v)\left(1-g(u, 0)\right)-\omega(u, 0)\omega(0, v)+$$

$$+\int\int(e^{iux}-1)(e^{ivy}-1)\Omega(dx, dy)|,$$

где

$$\omega(u, v)=f(u, v)-g(u, v),\ \omega(u, 0)=f(u, 0)-g(u, 0),$$

$$\omega(0, v)=f(0, v)-g(0, v).$$

Разлагая этот модуль на сумму модулей, получаем

$$|a-b| \leqslant |g(u, v)-g(u, 0)g(0, v)|+|\omega(u, 0)|\,|1-g(0, v)|+$$
$$+|\omega(0, v)|\,|1-g(u, 0)|+|\omega(u, 0)|\,|\omega(0, v)|+|u|\,|v| \int\int |x|\,|y|\,\Omega(dx, dy)| \leqslant$$
$$\leqslant 2c|u|^{\frac{\alpha}{2}}|v|^{\frac{\alpha}{2}}+\frac{c\nu_{10}(r)|u|^r|v|^\alpha}{r!}+\frac{c\nu_{01}(r)|u|^\alpha|v|^r}{r!}+$$
$$+\frac{\nu_{10}(r)\nu_{01}(r)|u|^r|v|^r}{(r!)^2}+\nu_{11}(1)|u|\,|v|.$$

Если обозначим c_1 следующий максимум:

$$C_1=C_1(r)=\max\left[2c', \frac{c'\nu_{10}(r)}{r!}, \frac{c'\nu_{01}(r)}{r!}+\frac{\nu_{10}(r)\nu_{01}(r)}{(r!)^2}, \nu_{11}(1)\right], \tag{18}$$

то окончательно получим:

$$|a-b| \leqslant \frac{C_1|s|\,|t|}{n}\left(|s|^{\frac{\alpha}{2}-1}|t|^{\frac{\alpha}{2}-1}+|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+\right.$$
$$\left.+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+1\right). \tag{19}$$

Вторая часть леммы доказывается аналогично первой части, только необходимо заметить, что $g\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, \frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)-g\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, 0\right)g\left(0, \frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)$ сокращается.

Из (18) и (19) следует, что при α $(0<\alpha<1)$

$$|(a-b)-(c-d)| \leqslant \frac{C_1|s|\,|t|}{n^{1+\frac{1}{\alpha}}}\left(|s|^{r-1}|t|^{r-1}+|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+\right.$$
$$\left.+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+1\right) \tag{20}$$

и при α $(1<\alpha<2)$

$$|(a-b)-(c-d)| \leqslant \frac{C_1|s|\,|t|}{n^{1+\frac{2-\alpha}{\alpha}}}\left(|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+\right.$$
$$\left.+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+1\right). \tag{20'}$$

Таким образом, лемма 1 является доказанной.

Доказательство леммы 2. Для оценки $|A-B|$ введем новые такие векторы $(\tilde{\xi}_k, \tilde{\eta}_k)$, чтобы $\tilde{\xi}_k$, $\tilde{\eta}_k$ были взаимно независимы и не зависели от (ξ_k, η_k), причем распределение $\tilde{\xi}_k$ совпадало бы с распределением ξ_k, а распределение $\tilde{\eta}_k$ — с распределением η_k. Разность $A-B$ состоит из разностей вида $a^{n-k} \times b^{k-1}-c^{n-k}d^{k-1}$.

Характеристическая функция суммы

$$\frac{1}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\left[(s\xi_1+t\eta_1)+\cdots+(s\xi_{n-k}+t\eta_{n-k})+\right.$$
$$\left.+(s\tilde{\xi}_{n-k+1}+t\tilde{\eta}_{n-k+1})+\cdots+(s\tilde{\xi}_{n-1}+t\tilde{\eta}_{n-1})\right]$$

имеет вид:

$$\psi(\lambda)=f^{n-k}\left(\frac{\lambda s}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, \frac{\lambda t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\left(f\left(\frac{\lambda s}{n^{\frac{1}{\alpha}}}, 0\right)f\left(0, \frac{\lambda t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^{k-1}. \tag{21}$$

Выражение $a^{n-k}b^{k-1}-c^{n-k}d^{k-1}$ является разностью между характеристическими функциями $\psi(\lambda)$ и $\varphi(\lambda)$ при $\lambda=1$, где

$$\varphi(\lambda)=g^{n-k}\left(\frac{\lambda s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\ \frac{\lambda t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\left(g\left(\frac{\lambda s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\ 0\right)g\left(0,\ \frac{\lambda t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^{k-1}. \tag{22}$$

Для доказательства леммы 2 используем лемму А. Миталаускаса, которая дает оценку между характеристической функцией суммы n независимых случайных величин и характеристической функцией устойчивого закона с показателем α $(0<\alpha<2)$,

$$|\bar{f}_n(t)-g(t)|\leqslant\Theta(r)\,|t|^r e^{-|t|^\alpha}L_{rn}, \tag{23}$$

при $|t|\leqslant L_{rn}^{-\frac{1}{r}}$, где

$$L_{rn}=\frac{\sum\limits_{k=1}^{n}\nu_k'(r)}{\left[\sum\limits_{k=1}^{n}\nu_k'(\alpha)\right]^{\frac{r}{\alpha}}},\qquad \bar{f}_n(t)=\prod_{k=1}^{n}f_k\left(\frac{t}{B_n}\right),$$

$$B_n=\left[\sum_{k=1}^{n}\lambda_k\right]^{\frac{1}{\alpha}},\qquad \lambda_k\asymp\nu_k'(\alpha),$$

$\nu_k'(r)$ и $\nu_k'(\alpha)$ псевдомоменты порядков соответственно r и α, а $g(t)$ — характеристическая функция одномерного устойчивого закона с показателем α $(0<\alpha<2)$.

Применяя лемму А. Миталаускаса, получаем:

$$\left|\psi\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)-\varphi\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)\right|\leqslant\Theta(r)|\lambda|^r e^{-|\lambda|^\alpha}L_{rn}\ \text{при}\ |\lambda|\leqslant\frac{1}{L_{rn}^{\frac{1}{r}}}, \tag{24}$$

где $\mu=[\nu(\alpha)]$.

Перепишем (24) в следующем виде:

$$|\psi(\lambda)-\varphi(\lambda)|\leqslant\Theta(r)\,|\lambda|^r\mu^r e^{-|\lambda|^\alpha\mu^\alpha}L_{rn} \tag{25}$$

при

$$|\lambda|\leqslant\frac{1}{\mu L_{rn}^{\frac{1}{r}}}.$$

Оценим $\nu(r)$ сверху:

$$\nu(r)=(n-k)\iint\frac{|sx+ty|^r}{n^{\frac{r}{\alpha}}}|\Omega(dx,\ dy)|+$$

$$+(k-1)\iint\frac{|sx|^r}{n^{\frac{r}{\alpha}}}|\Omega(dx,dy)|+(k-1)\iint\frac{|ty|^r}{n^{\frac{r}{\alpha}}}|\Omega(dx,dy)|\leqslant$$

$$\leqslant\frac{1}{n^{\frac{r}{\alpha}}}\left[(n-k)\iint(|sx|+|ty|)^r|\Omega(dx,\ dy)|+\right.$$

$$+(k-1)\iint|sx|^r|\Omega(dx,\,dy)|+(k-1)\iint|ty|^r|\Omega(dx,\,dy)|\Big]\leqslant$$

$$\leqslant n^{-\frac{r}{\alpha}}[(2n-k-1)\nu_{10}(r)|s|^r+(2n-k-1)\nu_{01}(r)|t|^r]\leqslant$$

$$\leqslant 2n^{1-\frac{r}{\alpha}}[\nu_{10}(r)|s|^r+\nu_{01}(r)|t|^r].$$

Обозначим $C_2=C_2(r)=\max\,[\nu_{10}(r),\ \nu_{01}(r)]$.

Окончательно получим:

$$\nu(r)\leqslant 2C_2n^{1-\frac{r}{\alpha}}(|s|^r+|t|^r). \tag{26}$$

Оценивая $\mu L_{rn}^{\frac{1}{r}}$ сверху в области D

$$\mu L_{rn}^{\frac{1}{r}}\leqslant[\nu(r)]^{\frac{1}{r}}\leqslant n^{\frac{\alpha-r}{\alpha r}}(2C_2)^{\frac{1}{r}}(|s|^r+|t|^r)^{\frac{1}{r}},$$

при вышевыбранном T получаем, что

$$\mu L_{rn}^{\frac{1}{r}}\leqslant 1. \tag{27}$$

Оценим разность сверху

$$|a^{n-k}b^{k-1}-C^{n-k}d^{k-1}|=|\psi(1)-\varphi(1)|\leqslant\Theta(r)\mu^r e^{-\mu^\alpha}L_{rn},$$

но для этого необходимо оценить $\mu^r L_{rn}$ сверху, а μ^α — снизу.

Приступим к оценке $\mu^r L_{rn}$ сверху. Для этого используем (26). Тогда

$$\mu^r L_{rn}\leqslant 2C_2n^{\frac{\alpha-r}{\alpha}}(|s|^r+|t|^r). \tag{28}$$

Оценим μ^α снизу:

$$\mu^\alpha=\nu(\alpha)=\frac{1}{n}\Big[(n-k)\iint|sx+ty|^\alpha|\Omega(dx,\,dy)|+$$

$$+(k-1)\iint|sx|^\alpha|\Omega(dx,\,dy)|+(k-1)\iint|ty|^\alpha|\Omega(dx,\,dy)|\Big]\geqslant$$

$$\geqslant\frac{n-1}{2n}\iint|sx+ty|^\alpha|\Omega(dx,\,dy)|.$$

Воспользуемся оценкой

$$|a+b|^\alpha\geqslant|a|^\alpha+|b|^\alpha-2|ab|^{\frac{\alpha}{2}}. \tag{29}$$

Тогда, имея ввиду (29), получим:

$$\mu^\alpha\geqslant\frac{n-1}{2n}\iint[|sx|^\alpha+|ty|^\alpha-2|sx+ty|^{\frac{\alpha}{2}}]|\Omega(dx,\,dy)|=$$

$$=\frac{n-1}{2n}[\nu_{10}(\alpha)|s|^\alpha+\nu_{01}(\alpha)|t|^\alpha]-\frac{n-1}{n}\nu_{11}\left(\frac{\alpha}{2}\right)|s|^{\frac{\alpha}{2}}|t|^{\frac{\alpha}{2}}.$$

На основе (8) и неравенства

$$2|ab|^{\frac{\alpha}{2}}\leqslant|a|^\alpha+|b|^\alpha \tag{30}$$

получаем

$$\mu^\alpha \geqslant \frac{n-1}{2n}\{\nu_{10}(\alpha)|s|^\alpha+\nu_{01}(\alpha)|t|^\alpha-2\delta[\nu_{10}(\alpha)\nu_{01}(\alpha)]^{\frac{1}{2}}|st|^{\frac{\alpha}{2}}\}\geqslant$$

$$\geqslant\frac{n-1}{2n}\left[\nu_{10}(\alpha)|s|^\alpha+\nu_{01}(\alpha)|t|^\alpha-\rho\left(\nu_{10}(\alpha)|s|^\alpha+\nu_{01}(\alpha)|t|^\alpha\right)\right].$$

Обозначим

$$C_3=C_3(\alpha)=\max\left[\frac{1}{2}\nu_{10}(\alpha),\ \frac{1}{2}\nu_{01}(\alpha)\right].$$

Получим окончательную оценку для μ^α:

$$\mu^\alpha\geqslant\frac{n-1}{n}C_3(|s|^\alpha+|t|^\alpha)(1-\rho)\geqslant\frac{C_3(1-\rho)}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}. \tag{31}$$

Используя (28) и (31), получаем оценку для $|A-B|$:

$$|A-B|\leqslant 2\Theta(r)C_2 n^{\frac{2\alpha-r}{\alpha}}(|s|^r+|t|^r)e^{-\frac{C_3(1-\rho)}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}. \tag{32}$$

Оценим B сверху: выражение B состоит из слагаемых вида $c^{n-k}d^{k-1}$

$$c^{n-k}d^{k-1}=g^{n-k}\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},\ \frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\left(g\left(\frac{s}{n^{\frac{1}{\alpha}}},0\right)g\left(0,\frac{t}{n^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right)^{k-1}=$$

$$=e^{-\frac{c'}{n}\left[(n-k)(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}+(k-1)|s|^\alpha+(k-1)|t|^\alpha\right]}\leqslant e^{-\frac{c'}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}$$

при $n\geqslant 2$. Тогда для B получаем следующую оценку:

$$B\leqslant ne^{-\frac{c'}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}. \tag{33}$$

Оценим интеграл

$$\int\limits_{-T}^{T}\int\limits_{-T}^{T}\left|\frac{(a^n-b^n)-(c^n-d^n)}{st}\right|ds\,dt. \tag{34}$$

Для этого оценим подынтегральное выражение в области D и на основании лемм 1 и 2 получим

$$\frac{1}{|st|}|(a^n-b^n)-(c^n-d^n)|\leqslant\frac{2C_1C_3\Theta(r)}{n^{\frac{r-\alpha}{\alpha}}}(|s|^{\frac{\alpha}{2}-1}|t|^{\frac{\alpha}{2}-1}+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+$$

$$+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+1)\,(|s|^r+|t|^r)e^{-\frac{C_3(1-\rho)}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}+$$

$$+\frac{C_1}{p(\alpha)}|s|^{r-1}|t|^{\alpha-1}+|s|^{\alpha-1}|t|^{r-1}+|s|^{r-1}|t|^{r-1}+1)e^{-\frac{c'}{2}(s^2+t^2)^{\frac{\alpha}{2}}}, \tag{35}$$

где

$$p(\alpha)=\begin{cases}\frac{1}{\alpha}, & 0<\alpha<1,\\ \frac{2-\alpha}{\alpha}, & 1<\alpha<2.\end{cases}$$

Таким образом:

$$\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}\left|\frac{(a^n-b^n)-(c^n-d^n)}{st}\right| dsdt \leqslant \frac{2C_1C_2\Theta(r)C_4(\rho)}{n^{\frac{r-\alpha}{\alpha}}}+\frac{C_1C_5}{n^{p(\alpha)}}. \tag{36}$$

Остальные слагаемые в неравенстве (9) можем оценить, используя работу [6].

Обозначим

$$C_7=C_7(\alpha,\ r,\ \rho)=\max\left[\frac{1}{\pi^2}C_1C_2C_4(\rho)\Theta(r),\ C_1C_5,\ C_6\right],$$

где $C_6=C_6(r)$ константа получена при оценке остальных слагаемых в (9).

При этих обозначениях окончательно получаем, что

$$\sup_{x,y}|F_n(x,\ y)-G(x,\ y)|\leqslant\frac{C_7}{n^{\frac{r-\alpha}{\alpha r}}}.$$

Вильнюсский Государственный университет им. В. Капсукаса

Поступило в редакцию 11.II.1969

Литература

1. С. М. Садикова, Двумерные аналоги неравенства Эссеена с применением к центральной предельной теореме, Теория вероят. и ее примен., XI, 3 (1966), 369–380.
2. А. Миталаускас, Асимптотическое разложение для независимых случайных величин в случае устойчивого предельного распределения, Лит. матем. сб., III, № 1 (1963), 189–193.
3. В. Феллер, Введение в теорию вероятностей и ее приложения, т. II, М., Изд. Мир, 1967.
4. Б. В. Гнеденко и А. Н. Колмогоров, Предельные распределения для сумм независимых случайных величин, М., Гостехиздат, 1949.
5. Е. Л. Рвачева, Об областях притяжения многомерных устойчивых распределений, Ученые записки Львовского Гос. университета имени И. Франко, XXIX, I (6), (1954), 5–44.
6. В. М. Золотарев, Аналог асимптотического разложения Эджворта–Крамера для случая сближения с устойчивыми законами распределения, Труды VI Всесоюзн. Совещ. по теор. вероят. и мат. стат., Вильнюс, 1962, 49–50.

LIEKAMOJO NARIO ĮVERTINIMAS DAUGIAMATĖJE INTEGRALINĖJE RIBINĖJE TEOREMOJE STABILAUS RIBINIO DĖSNIO ATVEJU

J. Banys

(*Reziumė*)

Straipsnyje nagrinėjama dvimačių atsitiktinių nepriklausomų ir vienodai pasiskirsčiusių dydžių (1) seka. Gauta, kad, esant (3), (4), (5), (3′), (4′) sąlygoms ir $\rho<1$,

$$\sup_{x,y}|F_n(x,\ y)-G(x,\ y)|\leqslant\frac{C_7}{n^{\frac{r-\alpha}{r\alpha}}},$$

kur ρ apibrėžiamas (8) ir $G(x,y)$ – stabilus dėsnis su rodikliu α, $\alpha\neq1$, $0<\alpha<2$, kurio charakteringoji funkcija (7).

ON THE ESTIMATION OF THE REMAINDER TERM IN THE MULTIDIMENSIONAL INTEGRAL LIMIT THEOREM FOR THE STABLE LIMIT LAW

J. Banys

(*Summary*)

The article deals with the sequence (1) of two-dimensional independent and identically distributed random variables. When the conditions (3), (4), (5), (3′), (4′) are satisfied and $\rho < 1$ then

$$\sup_{x,y} | F_n(x, y) - G_n(x,y) | \leqslant \frac{C_7}{n^{\frac{r-\alpha}{\alpha r}}},$$

where ρ is defined by (8) and $G(x, y)$ is the stable law with exponent α, $\alpha \neq 1$, $0 < \alpha < 2$ its characteristic function being (7).