Вычисление моментов и семиинвариантов дискретного процесса восстановления, А. Алешкявичене, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 441—454.

Пусть имеется последовательность ξ_1, ξ_2,: независимых неотрицательных целочисленных одинаково распределенных случайных величин. Обозначим

$$\mu_k = M\zeta_1^k, \quad k=1,\ 2, \ldots, \qquad S_0=0, \quad S_n=\sum_{l=1}^{n} \xi_l, \ n=1,\ 2 \ldots$$

В работе показано, что если $\mu_{m+p+1} < \infty$, $p \geq 0$, то существуют постоянные $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{m+1}$, a_m и b_m такие, что m-тый момент и m-тый симиинвариант процесса

$$N_t = \max\{n : S_n \leq t\}, \quad t \in [0,\ \infty),$$

равны соответственно

$$MN_t^m = \gamma_1 t^m + \gamma_2 t^{m-1} + \ldots + \gamma_{m+1} + \frac{\lambda(t)}{(1+t)^p}$$

и

$$\Gamma N_t^m = a_m t + b_m + \frac{\lambda(t)}{(1+t)^p},$$

УДК 519.21

Несколько замечаний к одной работе И. Н. Коваленко, Б. В. Гнеденко, Б. Фрайер, «Литовский математический сборник», 1969 IX, № 3, 463—470.

Показано, что последовательное разреживание рекуррентного потока, изученное А. Реньи [1], Ю. К. Беляевым [2] и И. Н. Коваленко [3], эквивалентно суммированию одинаково распределенных независимых случайных величин в случайном числе. Индекс суммирования при этом независим от слагаемых и имеет геометрическое распределение. Класс возможных предельных распределений для задачи разреживания был найден И. Н. Коваленко [3]. В настоящей работе показано, что все распределения этого класса безгранично делимы, имеют плотности и одновершинны с вершиной в начале координат. Кроме того, найдены области притяжения каждого из возможных предельных распределений, т.е. множество тех исходных распределений $F(x)$, которые приводят к данному предельному закону. Библиографий 8.

О некоторых парах T комплексов прямых, расслояемых посредством линейных элементов, П. Вашкас, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 455—462.

В статье рассматривается один частный случай пар T комплексов прямых, расслояемых посредством линейных элементов. Получено, что в рассматриваемом случае каждый комплекс пары расслаивается на двухпараметрическое семейство демиквадрик или на однопараметрическое семейство конгруэнций прямых, расслояемых при помощи конусов второго порядка (см. РЖМат....). Каждая демиквадрика упомянутого семейства проходит через две постоянные прямые l_{-1} и l_1, а также через соответствующие прямые l и l' комплексов пары. Прямые l_{-1} и l_1 всегда разделяют прямые l и l', образуя с ними постоянное сложное отношение. Библиографий 5.

УДК-519.21

Достаточность в задачах оптимальной остановки, Б. Григелионис, «Литовский математический сборник», 1969. IX, № 3, 471—480.

Определяются системы достаточных σ-алгебр, достаточных статистик и марковских достаточных статистик, а также получены общие критерии достаточности в задачах оптимальной остановки случайных последовательностей. Рассмотрены примеры. Библиографий 21.

}десь $\lambda(t)$ — функция ограниченного изменения, $\lambda(t)\to 0$ при $t\to\infty$, для лю-юго фиксированного $\alpha>0$

$$\lambda(t)-\lambda(t-\alpha)=0(t^{-1})$$

зри $t\to\infty$, и кроме того, для $p\geqslant 1$ $\frac{\lambda(t)}{1+t}$ принадлежит классу L_1. Библиогра-фий 12.

О верхних и нижних поверхностях m-мерных однородных гауссовских процессов с независимыми приращениями, Н. Калинаускайте, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 483—496.

Рассматривается однородный m-мерный гауссовский процесс $\{Z(t),\ 0\leqslant t\leqslant\infty\}$ с независимыми приращениями. Не ограничивая общности, достаточно исследовать процесс $Z(t)$ с плотностью распределения

$$\left(\frac{1}{2\pi t}\right)^{\frac{m}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2t}|x|^2\right\},$$

где $x=(x_1, x_2, \ldots, x_m)\in R_m$, $|x|^2=\sum_{i=1} x_i^2$. Поверхность $|x|^2=2t\varphi(t)$, где $\varphi(t)$ — непрерывная положительная монотонная неограниченно возрастающая при $t\to\infty$ функция, называется верхней, если множество

$$M=\{t : |z(t)|^2\geqslant 2t\varphi(t)\}$$

УПК 511

Формулы Лиувилля и параболические формы, порожденные обобщенными бинарными тета-рядами, Л. А. Коган, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 519—533.

Разработан метод, основанный на теории модулярных форм и исследованиях И. М. Виноградова и Д. Берджеса о минимальном квадратичном невычете. Этот метод позволяет установить существование формул типа Лиувилля для числа представлений чисел положительно определенными квадратичными формами. Библиографий 35.

Нахождение распределения расстояния внутри овалоида методом интегральной геометрии, Э. Гячяускас, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 481—482.

Методом интегральной геометрии получена новая форма функции распределения расстояния между двумя точками, случайно расположенными внутри овалоида. Библиографий 4.

УДК-519. 21

Центральная предельная теорема для сумм дискретных процессов восстановления, Б. Каминскене, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 497—514.

Пусть целочисленные одинаково распределенные случайные величины ξ_1, $\xi_2, \ldots$ независимы и неотрицательны. Пусть $S_0=0$, $S_m=\sum_{l=1}^{m} \xi_l$, $m=1, 2, \ldots$

Случайный процесс $N(t)=\max\{m : S_m \leqslant t\}$ принято называть процессом восстановления. Пусть имеется последовательность независимых одинаково распределенных дискретных процессов восстановления $\{N_l(t)\}$, т.е.

$$N_l(t)=\max\left\{m:\sum_{l=1}^{n} \xi_l^{(l)}<t\right\}, \; l=1,\ 2,\ \ldots,\ n.$$

Обозначим

$$\mu_{l,j}=\mathrm{M}(\xi_l^{(l)})^j, \; (l=1,\ 2,\ \ldots,\ n;\ j=1,\ 2,\ 3);$$

$$\bar{\sigma}_n^2=\sum_{l=1}^{n} \frac{\mu_{l,2}-\mu_{l,1}^l}{\mu_{l,1}^3}, \quad \Lambda_l(t)=\mathrm{M}N_l(t);$$

вероятностью 1 ограничено, и нижней, если это множество с вероятностью иница неограничено. Доказывается, что поверхность $|x|^2=2t\varphi(t)$ верхняя, ли интеграл

$$I=\int_{t_0}^{\infty}\frac{1}{t}\varphi^{\frac{m}{2}}(t)\exp\{-\varphi(t)\}\,dt$$

одится, и — нижняя, если I расходится. Библиографий 4.

$$\bar{N}_n(t)=\frac{1}{\sigma_n\sqrt{t}}\sum_{l=1}^{n}\left(N_l(t)-\Lambda_l(t)\right);$$

$$F_{n,t}(x)=P\{\bar{N}_n(t)<x\};$$

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} l^{-\frac{n^2}{2}}\,du.$$

В предположении, что

$$\inf \mu_{l,1}>0, \quad \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\,\bar{\sigma}_n^2>0; \quad \sup_l \mu_{l,3}<\infty$$

и хотя для одного l, $l=1, 2, \ldots, n$, $\xi_1^{(l)}$ имеет распределение с максимальным шагом распределения равным единице, доказывается:

$$\sup_{-\infty<x<\infty}|F_{n,t}(x)-\Phi(x)|\leqslant c\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{\sqrt{nt}}\right),$$

где C—константа. Библиографий 9.

УДК-511

Некоторые замечания к аддитивным арифметическим функциям (на английском языке), И. Катаи, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 515—518.

В работе [1] доказывался следующий аналог теоремы Эрдеша—Винтера пусть $f(n)$ — аддитивная функция, для которой

$$\text{а)} \sum_{|f(p)|<1} \frac{f(p)}{p} \text{ сходится, б)} \sum_{|f(p)|<1} \frac{f^2(p)}{p} < \infty,$$

$$\text{в)} \sum_{|f(p)|\geq 1} \frac{1}{p} < \infty.$$

(Здесь и позже p пробегает простые числа.) Тогда $f(p+1)$ имеет предельное распределение. В этой заметке изучается необходимость этих условий. **Теорема 1.** *Пусть* $f(n)$ *— ограниченная аддитивная функция. Для того чтобы* $f(p+1)$ *имела предельное распределение, условия* а), б) *и* в) *необходимы*. **Теорема 2.** *Пусть* $f(n)$ *— тотально-аддитивная функция, для которой имеет место неравенство* $|f(p+1)| \leq C \log(p+1)$. Предполагая справедливость гипо-

---

УЛК-517.941

Об одной системе дифференциальных уравнений, интегрируемой в конечном виде, В. М. Меркис, Н. М. Акуцевичюте, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 567—570.

Рассматривается система двух линейных однородных дифференциальных уравнений

$$\frac{dX}{dt} = X\left\{\sum_{i=1}^{p} A_i \varphi_i(t) + \sum_{j=1}^{q} B_j \psi_j(t)\right\}, \tag{1}$$

где A_i, B_j — постоянные матрицы, а $\varphi_i(t)$, $\psi_j(t)$ — непрерывные скалярные функции от t. Найден общий вид матриц второго порядка A_i и B_j, удовлетворяющих условиям теоремы Салаховой и Чеботарева. На основе этой же теоремы получена интегральная матрица системы (1). Библиографий 3.

УДК-513

О геометрии квазилинейных систем дифференциальных уравнений второго порядка, З. Ю. Лупейкис, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 535—566.

Некоторые вопросы локальной геометрической теории систем дифференциальных уравнений рассматривались в работах Близникаса, Васильева, Кристена, Кузьминой, Шварцбурд и др. Наиболее глубоко исследованы вопросы геометрии системы дифференциальных уравнений первого порядка и систем дифференциальных уравнений второго и более высокого порядков, разрешенных относительно всех старших производных. Работа посвящена геометрии квазилинейных систем дифференциальных уравнений второго порядка, не разрешенных относительно производных второго порядка

$$a_i^\alpha (x^j, v^{(1)j})\, v^{(2)i} + h^\alpha (x^j, v^{(1)j}) = 0 \tag{1}$$

$$(i, j, \ldots = 1, 2, \ldots, n; \quad \alpha, \beta, \ldots = 1, 2, \ldots, m),$$

в которых число уравнений m не превышает числа неизвестных $2n$ и где в голономном репере

$$v^{(1)i} = \frac{dx^i}{dt}, \quad v^{(2)i} = \frac{d^2 x^i}{dt^2}.$$

УДК-51:330.115

Репрезентативные полезности индивидуальных профилей предпочтения, А. И. Моркелюнас, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 571—576.

Рассматривается задача определения репрезентирующего множества $X\ (A)$ а тем самым и порядок предпочтения, вектора полезностей $\bar{x} \in X\ (A)$. Если предположить, что различимых точек конечное число n, то решения (1) можно будет записать в матричной форме $\| x_{ij} \| = X$ $(i=1, \ldots, m; j=1, \ldots, n)$. Вводится функция f, отображающая любую матрицу ($m \times n$) на m-мерный вектор евклидова пространства. f определяется следующими аксиомами:

1) f не зависит от перестановки столбцов,
2) если i-тая строка X есть $(a, \ldots, a)$, то $f_i (X) = a$,
3) если $f(Y) = 0$, то $f(X+Y) = f(X)$,
4) $f(-X) = -f(x)$.

Описанный метод позволяет эффективно учесть дополнительную информацию о предпочтениях альтернатив типа упорядочения „сумм" или „разностей" альтернатив. Библиографий 1.

зы Римана–Пильца, доказывается, что $|f(n)| \leqslant K_f$ $(\log n)$ $(\log\log 10\, n)$ я всех $n=1, 2, \ldots$, где K_f – некоторая (зависящая от f) постоянная. Библиографий 5.

Рассмотрены случаи: $m=n$; $m=n+1$; $m=4$, $n=2$; $m=1$, n – любое целое число; $m=2$, $n=3$, $m=3$; $n=2$; $m=6$, $n=3$. Под геометрией системы дифференциальных уравнений (1) понимаем геометрию пространства линейных элементов первого порядка L_n с фундаментальным дифференциально-геометрическим объектом (a_i^α, h^α). Для всех указанных случаев найдены объекты аффинных связностей без кручения, инвариантные относительно линейных преобразований параметра t. Работа выполнена теоретико-групповым методом Г. Ф. Лаптева. Библиографий 13.

УДК - 517.537

О приближении аналитических функций алгебраическими многочленами, А. Г. Нафталевич, «Литовский математический сборник», 1969, IX, 3, 577—588.

Пусть F — ограниченное замкнутое множество точек комплексной плоскости, $f(z)$ — функция, непрерывная на множестве F, и $E_n(f)$ — наилучшее приближение многочленом n-ой степени к функции $f(z)$ на множестве F. Вопрос о связи между быстротой стремления наилучших приближений $E_n(f)$ к нулю и аналитическими свойствами функции $f(z)$ был придметом многих исследований; он хорошо изучен в случае, когда множество F имеет положительную емкость. В нашей работе этот вопрос изучается и в случае, когда емкость множества F равна нулю. Библиографий 7.

УДК-519.21

О надежности восстанавливаемой системы с зависимыми элементами, И. Сапаговас, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 589—604.

Рассматривается восстанавливаемая система, состоящая из n различных элементов, т.е. система, элементы которой время от времени могут выходить из строя и нуждаться в некотором времени на восстановление. Рапределения длительности безотказной работы элементов, а также времени их восстановления зависят от общего числа исправных элементов системы. С помощью исследования многомерного однородного марковского процесса в стационарном режиме найдены вероятности пребывания такой системы в различных ее состояниях. Библиографий 8.

УДК-519.21

Асимптотическое резложение для вероятностей больших уклонений, Л. Саулис, «Литовский математический сборник», 1969, № 3, 605—625.

Рассматривается последовательность $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ (1) независимых одинаково распределенных случайных величин со средним $M\xi_k=0$ и дисперсиями $D\xi_k=\sigma^2<\infty$, $k=1, 2, \ldots$ Пусть $f_{\xi_1}(t)$ означает характеристическую функцию случайной величины ξ_1. В предположении, что для последовательности (1) выполняются условия Г. Крамера

1) $\overline{\lim\limits_{|t|\to\infty}} |f_{\xi_1}(t)|<1$,

2) существуют положительные постоянные A и C, такие что

$|\ln Me^{z\xi_1}|_{|z|\leqslant A}\leqslant C.$

Дается асимптотическое разложение для вероятностей больших уклонений. Дано также асимптотическое разложение при предположении, что случайные величины последовательности (1) нерешетчаты и выполняется условие 2). Библиографий 10.

УДК-511

Аналог теоремы Малера-Спринджука для полиномов второй степени от двух переменных, Р. Слесорайтене, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 627—634.

Доказывается, что при любом $\varepsilon>0$ неравенство $|P(x, y)|<h^{-n+1-\varepsilon}$ для почти всех в смысле двумерной лебеговской меры вещественных (x, y) имеет лишь конечное число решений в полиномах P второй степени с целыми коэффициентами, содержащих n членов. Здесь h — высота полинома P. Библиографий 6.

УДК-513

О поверхностях билинейно-метрического проективного пространства, Л. Стиклаките, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 673—686.

Раньше рассматривался вопрос нормализации гиперповерхности билинейно-метрического проективного пространства. На m-мерной поверхности, о которой говорится в этой статье, возникают три различные внутренние нормализации (в смысле А. П. Нордена). Найдены объекты, при помощи которых определяются нормали первого и второго рода, аналоги деривационных уравнений, а также объекты, определяющие m-мерную поверхность в n-мерном билинейно-метрическом проективном пространстве (для всех трех нормализаций). Библиографий 5.

УДК-518.9

Вид спектров равновесных стратегий некоторых неантагонистических игр двух лиц на единичном квадрате, Д. П. Суджюте, «Литовский математический сборник», 1969, IX, № 3, 687—694.

Игра определяется множеством стратегий, которые являются функциями распределения на интервале [0, 1] для обоих игроков, и ядрами $K_i(\xi, \eta)$, $i=1, 2$, определенными и ограниченными на единичном квадрате, причем

$$K_i(\xi_i, \eta)=\begin{cases} L_i(\xi, \eta), & \xi<\eta, \\ \Phi_i(\xi), & \xi=\eta, \quad i=1, 2, \\ M_i(\xi, \eta), & \xi>\eta, \end{cases}$$

где $L_i(\xi, \eta)$ определены и ограничены на замкнутом треугольнике $0\leqslant\xi\leqslant\eta\leqslant1$, $M_i(\xi, \eta)$ определены и ограничены на замкнутом треугольнике $0\leqslant\eta\leqslant\xi\leqslant1$. Доказывается, что при условиях:

1) функции L_1, M_1 строго возрастают по ξ, а L_2, M_2 по η и все они непрерывны по ξ и η в своих областях определения,

2) функции $\Phi_i(\xi)$, $i=1, 2$, $0<\xi<1$ находятся между $L_i(\xi, \xi)$ и $M_i(\xi, \xi)$, причем равны какой-нибудь из них только в тех точках, в которых $L_i(\xi, \xi)=M_i(\xi, \xi)$, спектры функций распределения каждой равновесной пары внутри интервала [0, 1] имеют вид $(a, 1)$, $0\leqslant a\leqslant1$. Библиографий 3.