III ЛИТОВСКИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СБОРНИК 1
LIETUVOS MATEMATIKOS RINKINYS

1963

КРИВЫЕ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ПРОСТРАНСТВА ОБОБЩЕННОЙ ЕВКЛИДОВОЙ СВЯЗНОСТИ

В. БЛИЗНИКАС

Обобщенное риманово пространство с аффинной связностью, относительно которой метрический тензор пространства ковариантно постоянный, называется пространством обобщенной евклидовой связности $\mathfrak{H}_n$. В работе [1] построена общая теория пространств $\mathfrak{H}_n$, теория кривых и теория гиперповерхностей $\mathfrak{H}_{n-1}$ пространства $\mathfrak{H}_n$.

В настоящей статье строится теория кривых на гиперповерхностях пространства $\mathfrak{H}_n$, причем основным аппаратом исследования является метод Г. Ф. Лаптева [3] и А. М. Васильева [2]. Если обобщенное риманово пространство является римановым и подвижной репер $\{A, e_i\}$ локального пространства $H_n(A)$ голономный, то результаты этой статьи совпадают с классическими результатами теории кривых на гиперповерхностях риманова пространства (см. [4], [5]).

§ 1. Деривационные уравнения гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$

Структурные уравнения пространства $\mathfrak{Z}_n$ имеют вид:

$$\begin{gathered} D\omega^i=[\omega^k,\ \omega_k^i]+R_{pq}^i[\omega^p,\ \omega^q], \\ D\omega_j^i=[\omega_j^k,\ \omega_k^i]+R_{jpq}^i[\omega^p,\ \omega^q], \\ \nabla h_{ij}\equiv dh_{ij}-\omega_i^k h_{kj}-\omega_j^k h_{ik}=0. \\ (i,\ j,\ k=1,\ 2,\ \ldots,\ n;\quad \alpha,\ \beta,\ \gamma=1,\ 2,\ \ldots,\ n-1), \end{gathered} \tag{1}$$

где h_{ij} — метрический тензор пространства $\mathfrak{H}_n$. Дифференциальные уравнения произвольно параметризованной гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ можно записать в виде [1]:

$$\begin{gathered} \omega^i=\Lambda_\alpha^i\,\Theta^\alpha, \\ \nabla\Lambda_\alpha^i=\Lambda_{\alpha\beta}^i\,\Theta^\beta, \\ \nabla\Lambda_{\alpha\beta}^i+\Lambda_\gamma^i\,\Theta_{\alpha\beta}^\gamma=\Lambda_{\alpha\beta\gamma}^i\,\Theta^\gamma, \end{gathered} \tag{2}$$

где

$$\begin{gathered} D\Theta^\alpha=[\Theta^\beta,\ \Theta_\beta^\alpha], \\ D\Theta_\beta^\alpha=[\Theta_\beta^\gamma,\ \Theta_\gamma^\alpha]+[\Theta_{\beta\gamma}^\alpha,\ \Theta^\gamma]. \end{gathered} \tag{3}$$

Деривационные уравнения сопроваждающих реперов

$$\{A,\ \Lambda_\alpha,\ \boldsymbol{n}\},\quad \{A,\ \Lambda_\alpha,\ \nu\}\quad \text{и}\quad \{A,\ \Lambda_\alpha,\ \boldsymbol{m}\}$$

гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ имеют вид [1]:

а) левые деривационные уравнения:

$$\Lambda^i_{\alpha\beta} e_i = L^\gamma_{\alpha\beta} \Lambda_\gamma + l_{\alpha\beta} \boldsymbol{n} , \quad n^i_\alpha e_i = l^\beta_\alpha \Lambda_\beta + n_\alpha \boldsymbol{n} ; \tag{4}$$

в) деривационные уравнения:

$$\Lambda^i_{\alpha\beta} e_i = \Gamma^\gamma_{\alpha\beta} \Lambda_\gamma + b_{\alpha\beta} \nu , \quad \nu^i_\alpha e_i = b^\beta_\alpha \Lambda_\beta ; \tag{5}$$

г) правые деривационные уравнения:

$$\Lambda^i_{\alpha\beta} e_i = \Pi^\gamma_{\alpha\beta} \Lambda_\gamma + l_{\alpha\beta} \boldsymbol{m} , \quad m^i_\alpha e_i + p^\beta_\alpha \Lambda_\beta + m_\alpha \boldsymbol{m} . \tag{6}$$

Индуцированные связности на гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ определяются пфаффовыми формами:

$$\tilde{\Theta}^\alpha = \Theta^\alpha , \quad \tilde{\Theta}^\alpha_\beta = \Theta^\alpha_\beta + L^\alpha_{\beta\gamma} \Theta^\gamma ,$$
$$\Omega^\alpha = \Theta^\alpha , \quad \Omega^\beta_\alpha = \Theta^\beta_\alpha + \Gamma^\beta_{\alpha\gamma} \Theta^\gamma , \tag{7}$$
$$\bar{\Theta}^\alpha = \Theta^\alpha , \quad \bar{\Theta}^\alpha_\beta = \Theta^\alpha_\beta + \Pi^\alpha_{\beta\gamma} \Theta^\gamma .$$

Ковариантные производные тензорного поля $T^{\beta_1 \ldots \beta_q}_{\alpha_1 \ldots \alpha_p}$ относительно этих связностей будем обозначать, соответственно, следующим образом

$$\overset{L}{\nabla}_\alpha T^{\beta_1 \ldots \beta_q}_{\alpha_1 \ldots \alpha_p} , \quad \overset{\Gamma}{\nabla}_\alpha T^{\beta_1 \ldots \beta_q}_{\alpha_1 \ldots \alpha_p} \quad \text{и} \quad \overset{\Pi}{\nabla}_\alpha T^{\beta_1 \ldots \beta_q}_{\alpha_1 \ldots \alpha_p} .$$

§ 2. Кривые на гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$

1. Основные уравнения. Дифференциальные уравнения кривой K на гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ пространства $\mathfrak{Z}_n$ имеют вид:

$$\Theta^\alpha = x^\alpha_{(1)} ds , \tag{8}$$

где ds — дифференциал дуги кривой K. Дифференциальные уравнения этой кривой в пространстве $\mathfrak{H}_n$ можно представить так

$$\omega^i = y^i_{(1)} ds, \tag{9}$$

где

$$y^i_{(1)} = \Lambda^i_\alpha x^\alpha_{(1)} . \tag{10}$$

Продолжение системы (9) дает:

$$dy^i_{(j)} + y^k_{(j)} \omega^i_k = y^i_{(j+1)} ds. \tag{11}$$

В зависимости от того, с какой связностью рассматривается гиперповерхность $\mathfrak{H}_{n-1}$ в $\mathfrak{H}_n$, продолжение уравнений (8) дает:

$$d\overset{L}{x}{}^\alpha_{(i)} + \overset{L}{x}{}^\beta_{(i)} \tilde{\Theta}^\alpha_\gamma = \overset{L}{x}{}^\alpha_{(i+1)} ds ,$$
$$d\overset{\Gamma}{x}{}^\alpha_{(i)} + \overset{\Gamma}{x}{}^\beta_{(i)} \Omega^\alpha_\beta = \overset{\Gamma}{x}{}^\alpha_{(i+1)} ds , \tag{12}$$
$$d\overset{\Pi}{x}{}^\alpha_{(i)} + \overset{\Pi}{x}{}^\beta_{(i)} \bar{\Theta}^\alpha_\beta = \overset{\Pi}{x}{}^\alpha_{(i+1)} ds .$$

Дифференцируя уравнения (10), в силу (4) и (12) [(5) и (12) или (6) и (12)], получаем

$$y^i_{(2)} = n^i l_{\alpha\beta} x^\alpha_{(i)} x^\beta_{(i)} + \Lambda^i_\alpha \overset{L}{x}{}^\alpha_{(2)} ,$$
$$y^i_{(2)} = \nu^i b_{\alpha\beta} x^\alpha_{(1)} x^\beta_{(1)} + \Lambda^i_\alpha \overset{\Gamma}{x}{}^\alpha_{(2)} , \tag{13}$$
$$y^i_{(2)} = m^i l_{\alpha\beta} x^\alpha_{(1)} x^\beta_{(1)} + \Lambda^i_\alpha \overset{\Pi}{x}{}^\alpha_{(2)} .$$

2. Абсолютные, нормальные и относительные кривизны. Если известны координаты вектора в $\mathfrak{H}_n$, то, свертывая эти координаты с об'ектом Λ^i_α, мы получим координаты рассматриваемого вектора в репере $\{A, e_i\}$. Если ввести обозначения

$$\overset{L}{y}{}^i_{(2)} = \Lambda^i_\alpha \overset{L}{x}{}^\alpha_{(2)}, \quad \overset{\Gamma}{y}{}^i_{(2)} = \Lambda^i_\alpha \overset{\Gamma}{x}{}^\alpha_{(2)}, \quad \overset{\Pi}{y}{}^i_{(2)} = \Lambda^i_\alpha \overset{\Pi}{x}{}^\alpha_{(2)} \tag{14}$$

и

$$\frac{1}{R} = l_{(\alpha\beta)} x^\alpha_{(1)} x^\beta_{(1)}, \quad \frac{1}{R_\Gamma} = b_{(\alpha\beta)} x^\alpha_{(1)} x^\beta_{(1)}, \tag{15}$$

то равенства (13) примут вид:

$$\begin{aligned} y^i_{(2)} &= \frac{n^i}{R} + \overset{L}{y}{}^i_{(2)}, \\ y^i_{(2)} &= \frac{\nu^i}{R_\Gamma} + \overset{\Gamma}{y}{}^i_{(2)}, \\ y^i_{(2)} &= \frac{m^i}{R} + \overset{\Pi}{y}{}^i_{(2)}. \end{aligned} \tag{16}$$

В каждом локальном пространстве $H_n(A)$ векторы

$$y_1 = y^i_{(1)} e_i, \quad y_2 = y^i_{(2)} e_i$$

образуют инвариантную двумерную плоскость. Если пространство $\mathfrak{H}_n$ является обобщенно евклидовым пространством и $\omega^i = dx^i$, $\Theta^\alpha = dt^\alpha$, то $\Lambda^i_\alpha = \frac{\partial x^i}{\partial t^\alpha}$ и $y_1 = \frac{dA}{ds}$, $y_2 = \frac{d^2A}{ds^2}$. В этом случае формулы (16) дают разложение вектора $\frac{d^2A}{ds^2}$ на два слагающихся вектора, первый из которых совпадает с нормалью к гиперповерхности (левой или правой нормалью); второй — лежит в касательной гиперплоскости к гиперповерхности. Векторы y_1 и y_2 образуют двумерное соприкасающееся пространство (локальное) рассматриваемой кривой. Если $a_{ij} = 0$, то векторы y_1 и y_2 образуют ортогональный базис пространства (y_1, y_2). В общем случае $y_1 y_2 \neq 0$.

Вектор, лежащий в двумерной соприкасающейся плоскости (y_1, y_2) и перпендикулярный слева к касательному вектору кривой K, называется вектором первой левой кривизны рассматриваемой кривой. Вектор первой кривизны кривой K по отношению к $\mathfrak{H}_n$ имеет вид [1]:

$$N_2 = \begin{vmatrix} \lambda_{11} & y_1 \\ \lambda_{21} & y_2 \end{vmatrix}, \tag{17}$$

где

$$\lambda_{ij} = h_{pq} y^p_{(i)} y^q_{(j)}.$$

Этот вектор мы будем называть вектором левой абсолютной кривизны кривой K, а вектор первой кривизны

$$T_2 = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & y_1 \\ \alpha_{21} & y_2 \end{vmatrix}, \tag{18}$$

где

$$\alpha_{ij} = g_{pq} y^p_{(i)} y^q_{(j)},$$

и вектор первой правой кривизны

$$M_2 = \begin{vmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \tag{19}$$

— назовем, соответственно, вектором абсолютной кривизны и правой абсолютной кривизны.

Кривая K по отношению к $\mathfrak{H}_{n-1}$ имеет три векторы первых кривизн:

1) Вектор первой левой кривизны $\overset{L}{N}_2$, который будем называть вектором левой относительной кривизны;

2) Вектор первой кривизны $\overset{\Gamma}{T}_2$, который будем называть вектором относительной кривизны и

3) Вектор первой правой кривизны $\overset{\Pi}{M}_2$, который назовем вектором правой относительной кривизны. Оказывается, что

$$
\begin{aligned}
N_2^i &= \frac{n^i}{R} + \overset{L}{N}{}_2^i , \\
T_2^i &= \frac{\nu^i}{R_\Gamma} + \overset{\Gamma}{T}{}_2^i , \\
M_2^i &= \frac{m^i}{R} + \overset{\Pi}{M}{}_2^i ,
\end{aligned}
\tag{20}
$$

где

$$
\begin{aligned}
&\overset{L}{N}{}_2^i = \overset{L}{y}{}^i_{(2)} - H_{\alpha\beta}\, \overset{L}{x}{}^\alpha_{(2)}\, x^\beta_{(2)}\, y^i_{(1)} , \\
&\overset{\Gamma}{T}{}_2^i = \overset{\Gamma}{y}{}^i_{(2)} - G_{\alpha\beta}\, \overset{\Gamma}{x}{}^\alpha_{(2)}\, x^\beta_{(1)}\, y^i_{(1)} , \\
&\overset{\Pi}{M}{}_2^i = \overset{\Pi}{y}{}^i_{(2)} - H_{\alpha\beta}\, x^\alpha_{(1)}\, \overset{\Pi}{x}{}^\beta_{(2)}\, y^i_{(1)} , \\
&H_{\alpha\beta} = h_{ij}\, \Lambda^i_\alpha\, \Lambda^j_\beta , \qquad G_{\alpha\beta} = H_{(\alpha\beta)} .
\end{aligned}
$$

Величину $\frac{1}{R}$ назовем левой — правой нормальной кривизной кривой K (или левой нормальной кривизной гиперповерхности для направления y_1), $\frac{1}{R_\Gamma}$ — нормальной кривизной.

Скаляры k_1 и χ_1, определенные следующим образом

$$
k_1 = \sqrt{g_{ij}\, N_2^i\, N_2^j} , \quad \chi_1 = \sqrt{g_{ij}\, T_2^i\, T_2^j} , \tag{21}
$$

назовем, соответственно, левой (правой) абсолютной и абсолютной кривизной кривой K, ибо $|N_2| = |M_2|$. В дальнейшем будем предполагать, что оснащения (нормализация) кривой K и гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ согласованы.

Скаляры k_1^L, χ_1^Γ и k_1^Π:

$$
k_1^L = \sqrt{g_{ij}\, \overset{L}{N}{}_2^i\, \overset{L}{N}{}_2^j} , \qquad \chi_1^\Gamma = \sqrt{g_{ij}\, \overset{\Gamma}{T}{}_2^i\, \overset{\Gamma}{T}{}_2^j} , \qquad k_1^\Pi = \sqrt{g_{ij}\, \overset{\Pi}{M}{}_2^i\, \overset{\Pi}{M}{}_2^j} , \tag{22}
$$

назовем, соответственно, левой относительной, относительной и правой относительной кривизной кривой K.

3. Формулы Менье. Если введем векторы

$$
\begin{aligned}
&n_2^i = r_1\, N_2^i , \qquad \overset{L}{n}{}_2^i = r_1^L\, \overset{L}{N}{}_2^i , \qquad \tau_2^i = \rho_1\, T_2^i , \\
&\overset{\Gamma}{\tau}{}_2^i = \rho_1^\Gamma\, \overset{\Gamma}{T}{}_2^i , \qquad m_2^i = r_1\, M_2^i , \qquad \overset{\Pi}{m}{}_2^i = r_1^\Pi\, \overset{\Pi}{M}{}_2^i ,
\end{aligned}
$$

где

$$
k_1 r_1 = 1, \qquad k_1^L r_1^L = 1, \qquad \chi_1 \rho_1 = 1, \qquad \chi_1^\Gamma \rho_1^\Gamma = 1, \qquad k_1^\Pi r_1^\Pi = 1,
$$

то соотношения (20) можно переписать так

$$\frac{n_2^i}{r_1}=\frac{n^i}{R}+\frac{\overset{L}{n}{}_2^i}{r_1}, \tag{23}$$

$$\frac{\tau_2^i}{\rho_1}=\frac{\nu^i}{R_\Gamma}+\frac{\overset{\Gamma}{\tau}{}_2^i}{\rho_1^\Gamma}, \tag{24}$$

$$\frac{m_2^i}{r_1}=\frac{m^i}{R}+\frac{\overset{\Pi}{m}{}_2^i}{r_1^\Pi}. \tag{25}$$

Так как векторы y_1 и y_2 лежат в касательной гиперплоскости гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$, то $h_{ij}n^i\overset{L}{h}{}_2^i=0$ и умножая равенство (23) на $h_{ji}n^i$, получим

$$\frac{1}{R}=\frac{\cos\varphi}{r_1}, \tag{26}$$

где φ — обобщенный евклидовый угол между векторами n и n_2. Полученное равенство представляет обобщение теоремы Менье: левая проекция вектора левой абсолютной кривизны кривой на гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ в точке A на левую нормаль к $\mathfrak{H}_{n-1}$ постояна для всех кривых гиперповерхности, проходящих через точку A и имеющих общую касательную. Формулу (26) будем называть левой-правой формулой Менье, ибо обобщенный евклидовый угол между векторами m_2 и m равен φ.

Умножая равенства (24) на $g_{ij}\nu^j$, получим

$$\frac{1}{R_\Gamma}=\frac{\cos\varphi_\Gamma}{\rho_1}, \tag{27}$$

где φ_Γ — евклидовый угол между векторами ν и τ_2. Равенство (27) будем называть формулой Менье.

Умножая равенства (23), (24) и (25), соответственно, на $h_{ij}\overset{L}{n}{}_2^j$, $g_{ij}\overset{\Gamma}{\tau}{}_2^i$ и $h_{ji}\overset{\Pi}{m}{}_2^j$, получим

$$\begin{aligned}\frac{1}{r_1^L}&=\frac{\cos\varphi_L^*}{r_1},\\ \frac{1}{\rho_1^\Gamma}&=\frac{\sin\varphi_\Gamma}{\rho_1},\\ \frac{1}{r_1^\Pi}&=\frac{\cos^*\varphi_\Pi}{r_1},\end{aligned} \tag{28}$$

где φ_L^* — обобщенный евклидовый угол между векторами n_2 и $\overset{L}{n}_2$, φ_Π^* — между векторами m_2 и $\overset{\Pi}{m}_2$. Полученные равенства показывают, что относительные кривизны кривой K являются обобщениями геодезической кривизны кривой на гиперповерхности евклидова пространства.

4. Геодезические кривые. Если локальная развертка кривой K в $\mathfrak{H}_n$ относительно некоторой связности является прямой, то кривую назовем геодезической кривой данной связности. Так как

$$y_1(s+ds)\ \to\ y_1(s)+y_2(s)\,ds+\ldots,$$

то кривая K является геодезической кривой пространства $\mathfrak{H}_n$ тогда и только тогда, когда векторы y_1 и y_2 являются коллинеарными. В этом случае, согласно равенствам (17), (18) и (19), все три абсолютные кривизны кривой K равны нулю. Очевидно, что левая (правая) относительная кривизна геодезических кривых связности L (связности Π) равна нулю, как и относительная кривизна геодезических связности Γ. Обратное утверждение тоже имеет место.

Из выведенных выше формул следует

Теорема 1. *Кривая K на гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ тогда и только тогда является L — геодезической (Γ — геодезической, Π — геодезической) линией $\mathfrak{H}_{n-1}$, если вектор левой абсолютной кривизны (абсолютной кривизны, правой абсолютной кривизны) этой кривой перпендикулярен слева (перпендикулярен, перпендикулярен справа) к гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$.*

5. Асимптотические кривые. Кривые на гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$, для которых левая-правая нормальная кривизна (нормальная кривизна) равна нулю, назовем левыми-правыми асимптотическими кривыми (асимптотическими кривыми); направления этих кривых называются асимптотическими направлениями гиперповерхности. Из формул (23), (24) и (25) следует

Теорема 2. *Если левая-правая асимптотическая (асимптотическая) кривая совпадает с L — геодезической (Γ — геодезической или Π — геодезической) кривой гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$, то она является геодезической кривой пространства $\mathfrak{H}_n$ и наоборот.*

6. Вполне геодезические гиперповерхности. Если все L — геодезические кривые гиперповерхности $\mathfrak{H}_{n-1}$ являются геодезическими кривыми пространства $\mathfrak{H}_n$, то $\mathfrak{H}_{n-1}$ назовем вполне L — геодезической гиперповерхностью пространства $\mathfrak{H}_n$. Аналогично определяются вполне Γ — геодезические и Π — геодезические гиперповерхности.

Из формул (23), (24) и (25) следует, что для того, чтобы $\mathfrak{H}_{n-1}$ была вполне L — геодезической (вполне Γ — геодезичеслой или Π — геодезической) гиперповерхностью пространства $\mathfrak{H}_n$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\frac{1}{R}=0 \quad \left(\frac{1}{R_\Gamma}=0\right).$$

Отсюда следует, что $l_{(\alpha\beta)}=0$, $b_{(\alpha\beta)}=0$.

Таким образом, вполне L — геодезические гиперповерхности совпадают с вполне Π — геодезическими гиперповерхностями. Эти гиперповерхности являются обобщением плоскостей трехмерного евклидова пространства в том смысле, что любые кривые таких гиперповерхностей являются асимптотическими.

Следует заметить, что нормали вполне геодезических гиперповерхностей всех типов пространства $\mathfrak{H}_n$ не всегда образуют параллельные поля векторов.

Вильнюсский государственный
педагогический институт

Поступила
20. XI. 1962.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. В. Близникас. Некоторые вопросы геометрии пространств обобщенной евклидовой связности, Литовский мат. сб., т. 2, № 2, 1962 (в печати).
2. А. М. Васильев. Инвариантные аналитические методы в дифференциальной геометрии ДАН СССР, т. 79, № 1, 5—7, 1951.

3. Г. Ф. Лаптев. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий, Труды Московского матем. общ., 2, 275–382, 1953.
4. М. А. Схоутен и Д. Дж. Стройк. Введение в новые методы дифференциальной геометрии, т. 2, ГИИЛ, Москва, 1948.
5. Л. П. Эйзенхарт. Риманова геометрия, ГИИЛ, Москва, 1948.

APIBENDRINTO EUKLIDINIO SĄRYŠIO ERDVĖS HIPERPAVIRŠINĖS KREIVĖS

V. BLIZNIKAS

(Reziumė)

Jeigu $\mathfrak{H}_{n-1}$ yra bet koks apibendrinto euklidinio sąryšio erdvės $\mathfrak{H}_n$ hiperpaviršius:

$$\omega^i = \Lambda^i_\alpha \Theta^\alpha,$$

tai jo bet kurios kreivės lygtį galima užrašyti taip:

$$\Theta^\alpha = x^\alpha_{(1)}\, ds,$$

kur s—kreivės lankas. Darbe išnagrinėti erdvės $\mathfrak{Z}_n$ hiperpaviršinių kreivių absoliutūs, normaliniai ir reliatyvūs kreivumai ir gauti klasikinės Menje formulės apibendrinimai.

KURVEN AUF HYPERFLÄCHEN IM RAUM MIT VERALLGEMEINERTEM EUKLIDISCHEN ZUSAMMENHANG

V. BLIZNIKAS

(Zusammenfassung)

Es sei eine beliebige Hyperfläche $\mathfrak{H}_{n-1}$:

$$\omega^i = \Lambda^i_\alpha \Theta^\alpha$$

im Raum mit verallgemeinertem Zusammenhang (im Raum $\mathfrak{H}_n$) und auf ihr eine beliebige Kurve durch Differentialgleichungen

$$\Theta^\alpha = x^\alpha_{(1)}\, ds$$

mit der Bogenlänge s als Parameter gegeben. Das Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der Absolutkrümmungen, Normalkrümmungen und Relativkrümmungen der Kurven auf $\mathfrak{H}_{n-1}$ in $\mathfrak{H}_n$. Diese Arbeit enthält auch eine Verallgemeinerung des Satzes von Meusnier.